

# Momentanpol

# Momentanpol allgemein

## Der Momentanpol

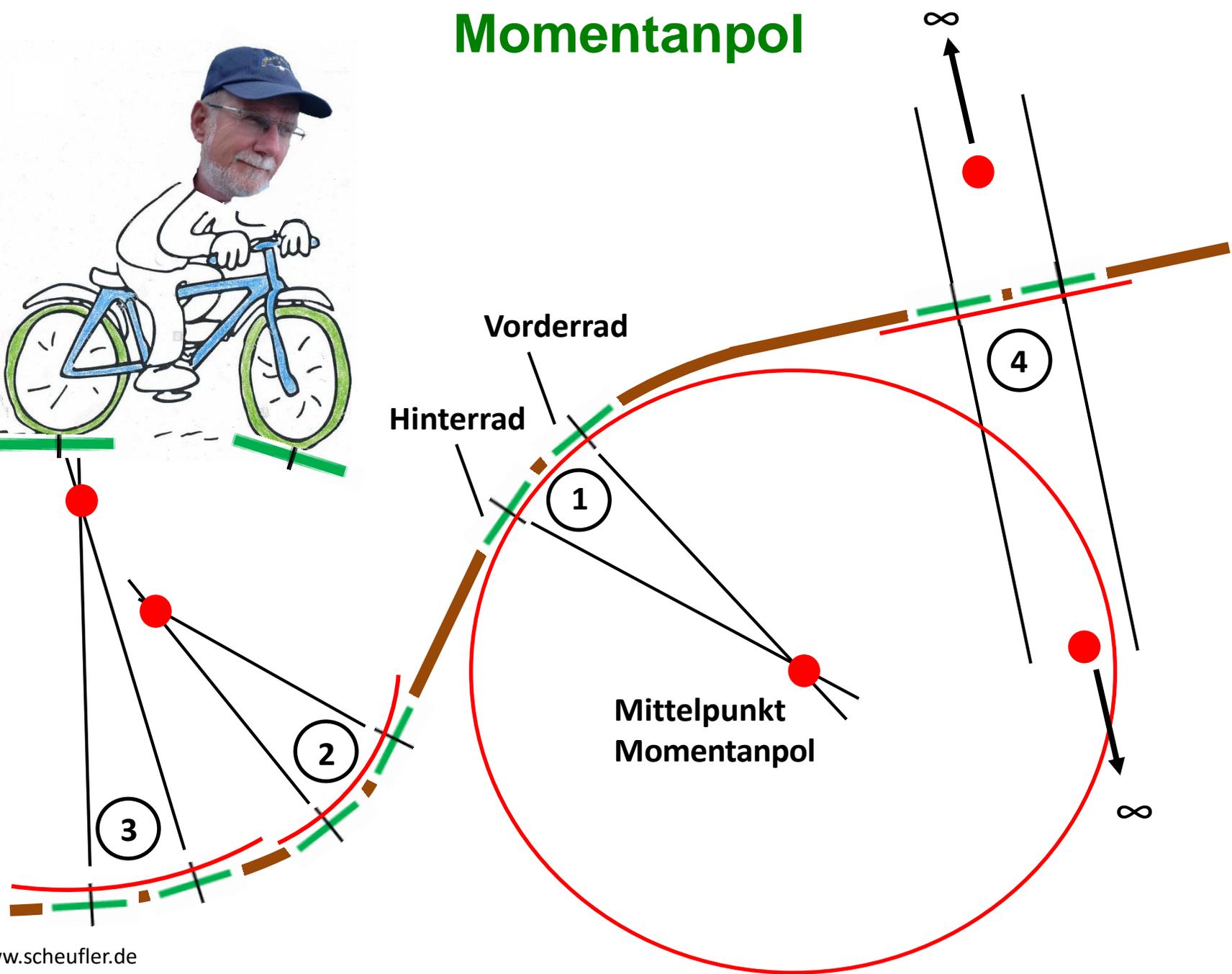
- ist eine geometrische Größe
- ist ein Bezugspunkt für den momentanen/ Augenblicklichen Bewegungszustand eines Körpers / Gegenstands
- **ist der Drehpunkt für den Augenblicklichen (fixierten) Bewegungszustand**
- **verändert ständig seine Lage**

Befindet sich ein Körper in Bewegung, so genügen 2 Bewegungsrichtungen und eine Geschwindigkeitskomponente, um den Bewegungszustand des Körpers eindeutig zu beschreiben. Mit dem Momentanpol lassen sich dann Geschwindigkeiten anderer Körperteile bestimmen.

## **Der Momentanpol ist Bezugspunkt zur Berechnung von:**

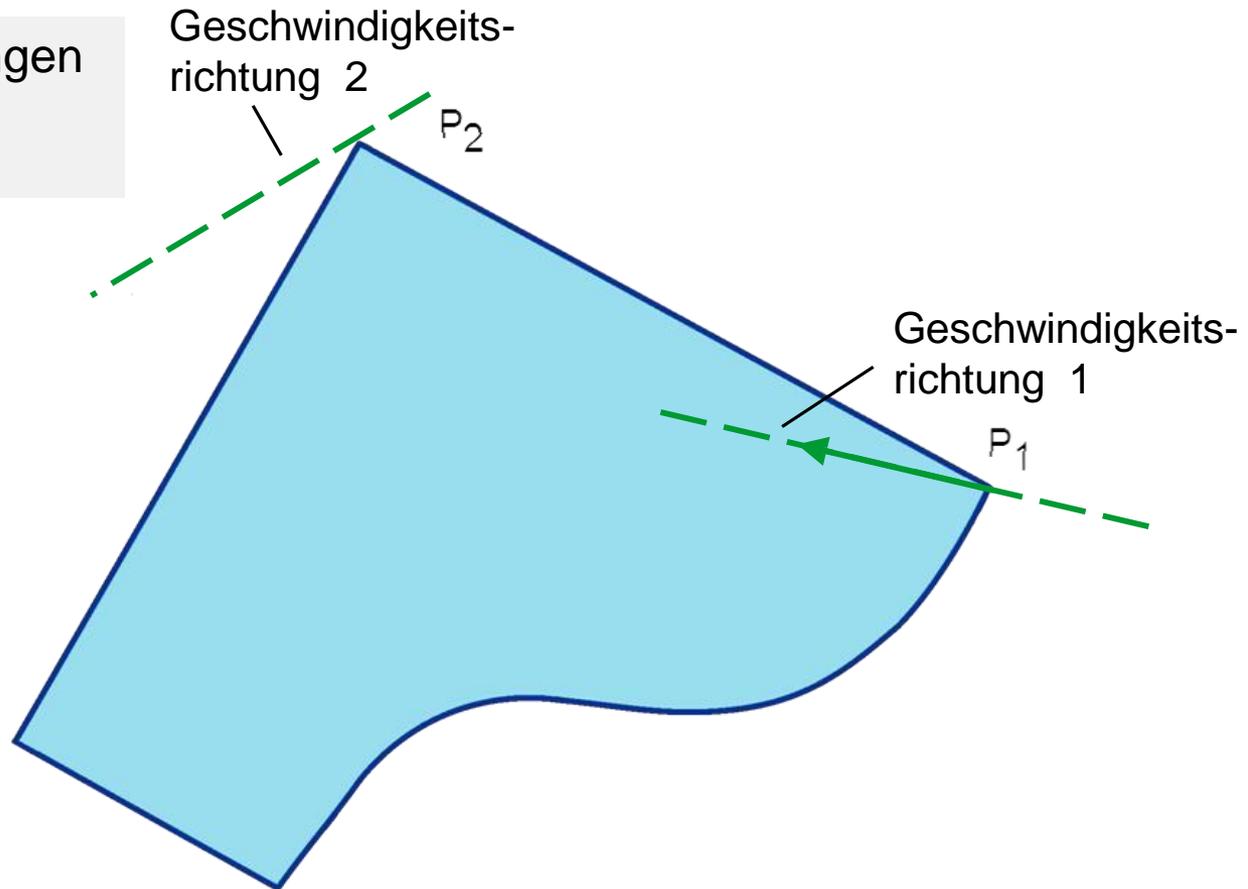
- **Geschwindigkeiten (Fahrwerke)**
- **Bewegungsbahnen (Rafferzinken in der Ballenpresse)**
- **Kräften (Dreipunktkraftheber)**
- **Drehmomenten**

# Momentanpol



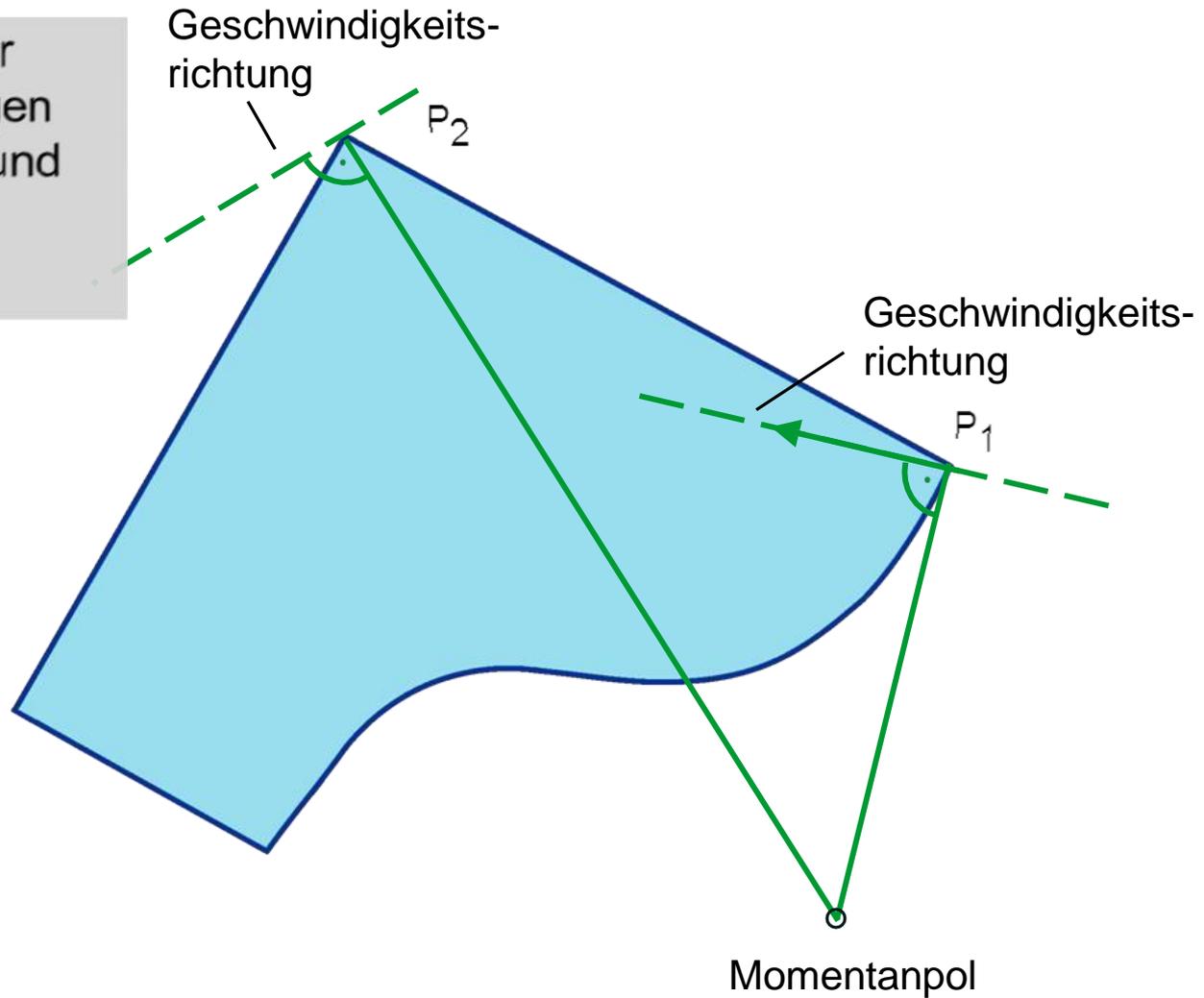
# Momentanpol eines bewegten Körpers

2 Bewegungsrichtungen eines Körpers sind bekannt.

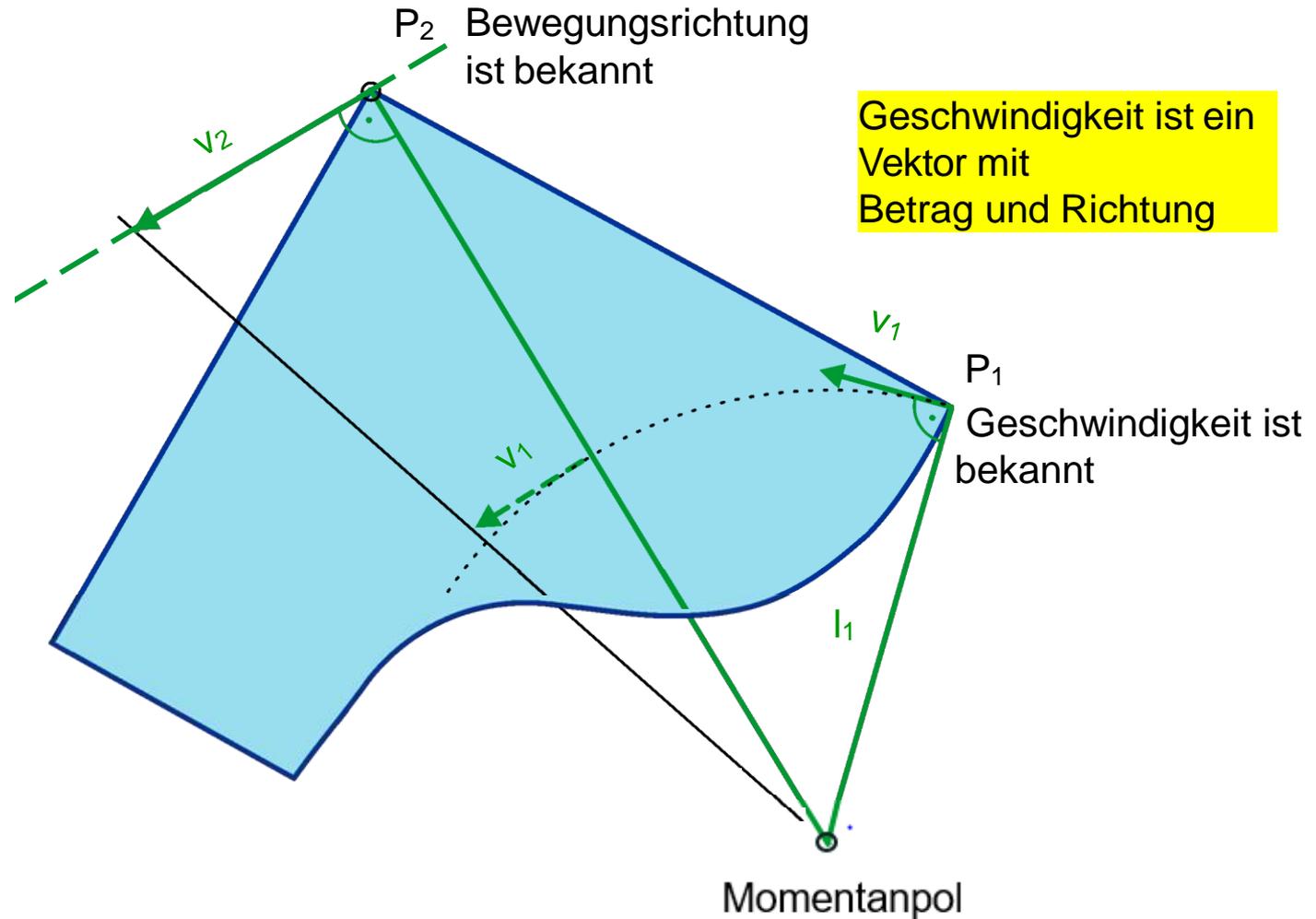


# Momentanpol eines bewegten Körpers

Die Senkrechten der Bewegungsrichtungen in den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  schneiden sich im Momentanpol.

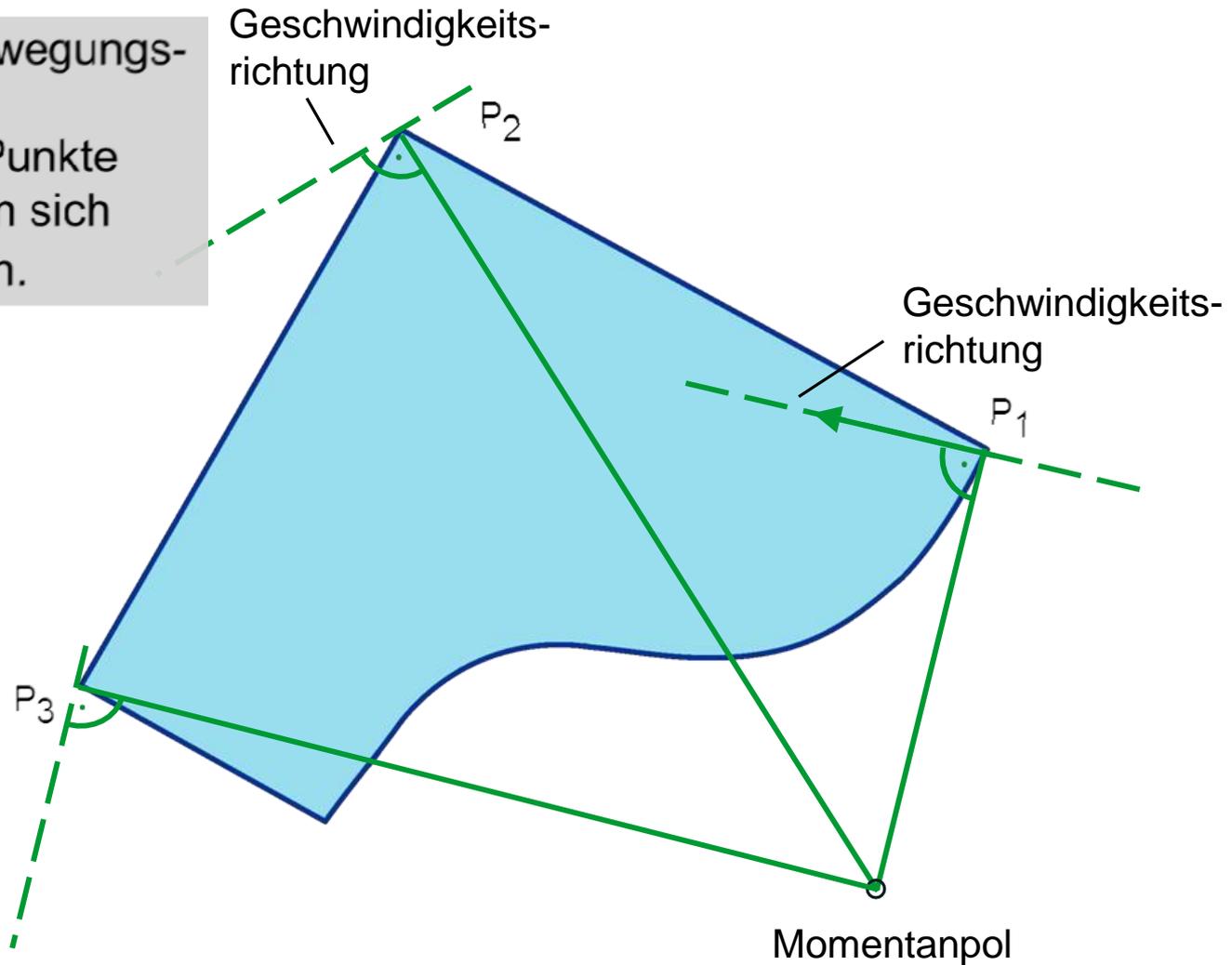


# Momentanpol eines bewegten Körpers



# Momentanpol eines bewegten Körpers

Alle anderen Bewegungsrichtungen der verschiedenen Punkte - z.B.  $P_3$  - lassen sich somit bestimmen.

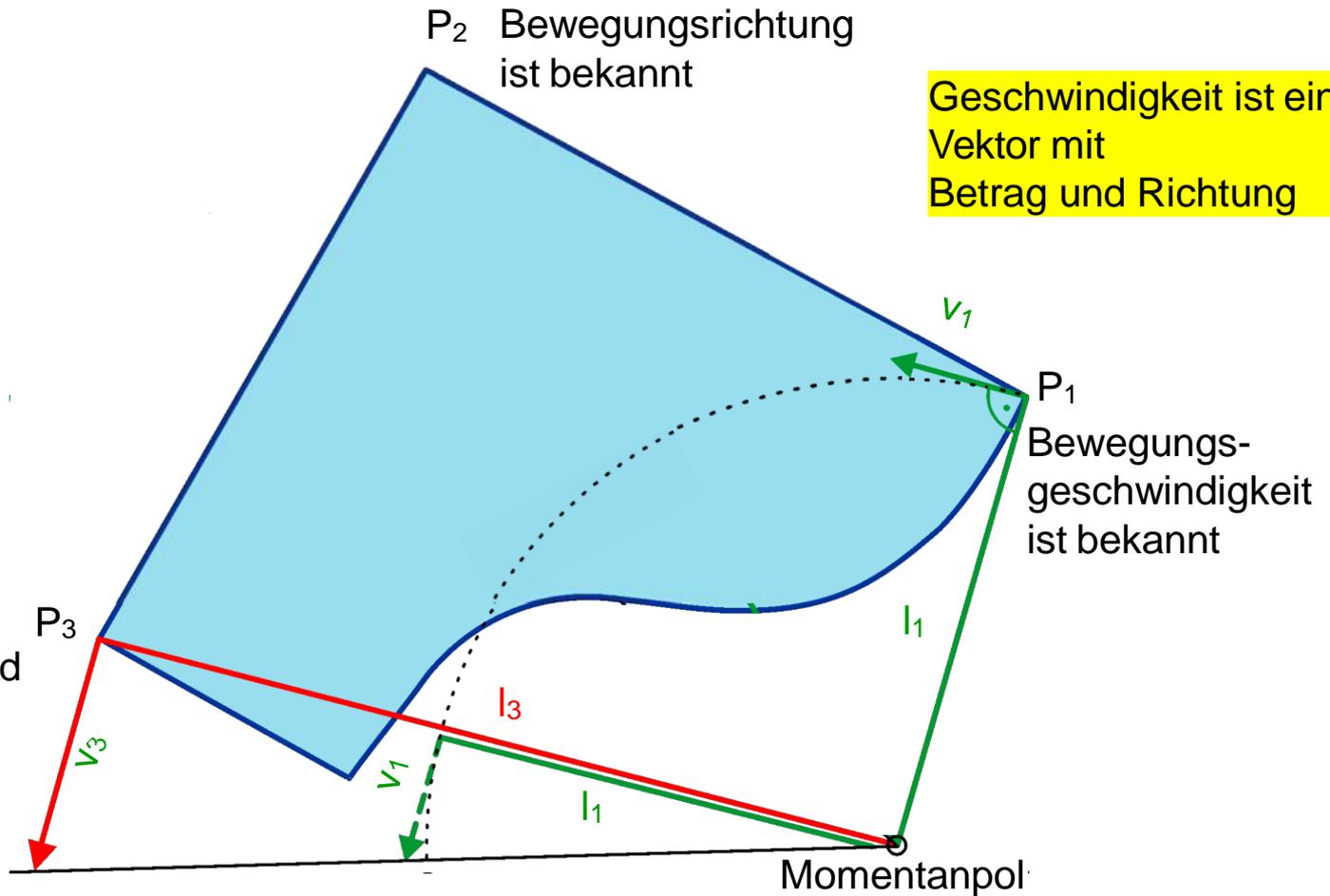


# Momentanpol eines bewegten Körpers

P<sub>2</sub> Bewegungsrichtung ist bekannt

Geschwindigkeit ist ein Vektor mit Betrag und Richtung

Bewegungsgeschwindigkeit durch Momentanpol und v<sub>1</sub> vorgegeben

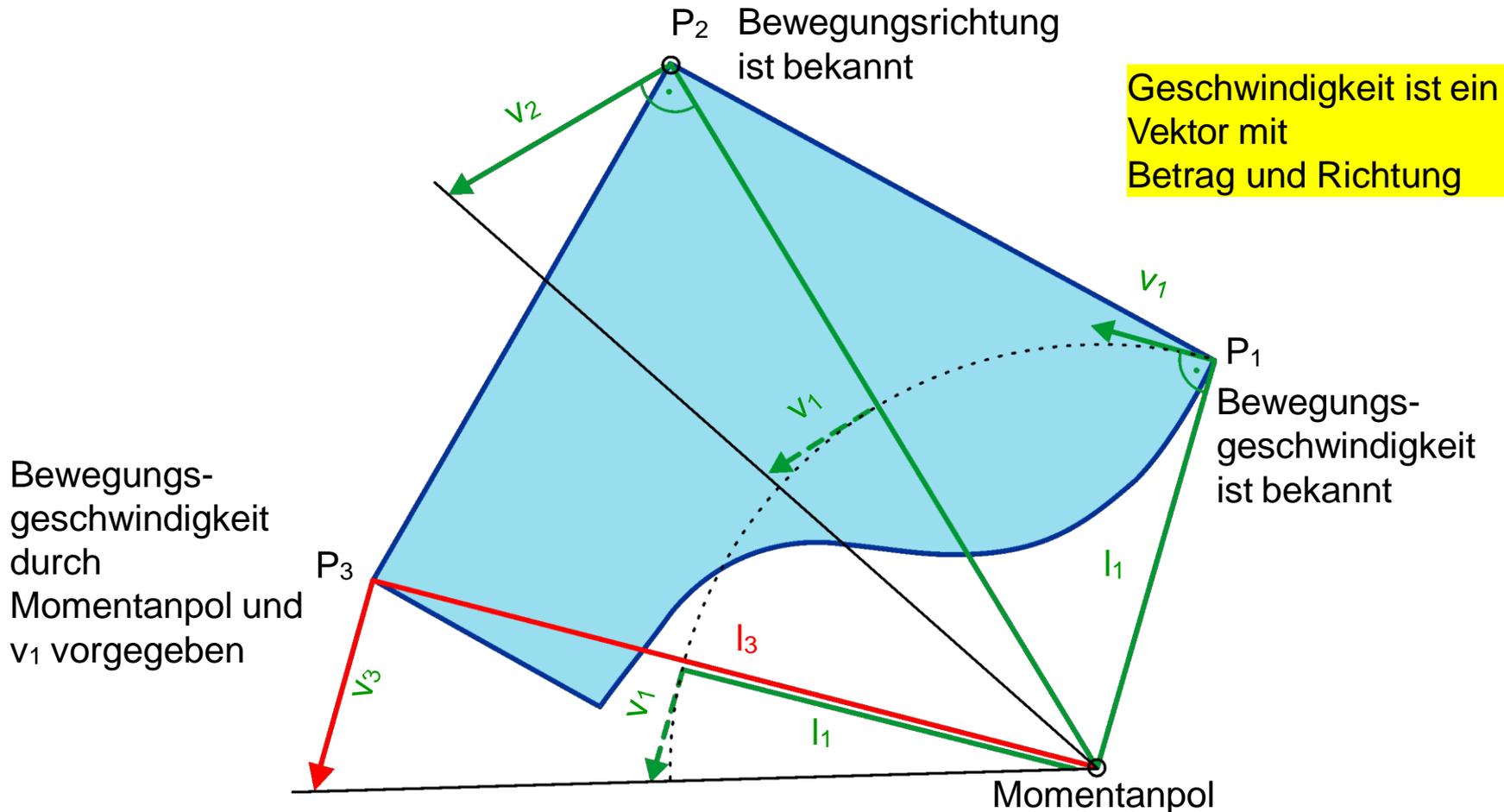


P<sub>1</sub> Bewegungsgeschwindigkeit ist bekannt

Strahlensatz

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{l_3}{l_1} \Rightarrow v_3 = \frac{l_3}{l_1} \cdot v_1$$

# Momentanpol eines bewegten Körpers



Geschwindigkeit ist ein Vektor mit Betrag und Richtung

Bewegungsgeschwindigkeit durch Momentanpol und  $v_1$  vorgegeben

Strahlensatz

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{l_3}{l_1} \Rightarrow v_3 = \frac{l_3}{l_1} \cdot v_1$$

# Bestimmung des Momentanpols

## 1. Bewegung eines Gegenstandes

- Festlegen des Gegenstands, für den die Berechnungen durchgeführt werden

## 2. Konstruktion des Momentanpols

- Bestimmung von 2 Punkten, für die die Geschwindigkeitsrichtung bekannt sind
- Einzeichnen dieser Geschwindigkeitsrichtung
- Einzeichnung der Senkrechten für diese Geschwindigkeitsrichtung
- Schnittpunkt ist Momentanpol M

## 3.1 Bestimmung der Geschwindigkeiten – Konstruktion

- Einzeichnen der bekannten Geschwindigkeit  $v_1$
- Übertragen von  $v_1$  auf andere Senkrechte
- Konstruktion des Ähnlichkeitsdreieckes
- Ablesen der gesuchten Geschwindigkeit  $v_2$

## 3.2 Bestimmung der Geschwindigkeiten – Berechnung

- Abmessen der Längen  $l_1, l_2$
- Berechnen der gesuchten Geschwindigkeit

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{l_2}{l_1}$$

## 4. Bestimmen der Kräfte

- Abmessen der Längen  $l_1, l_2$
- Berechnen der gesuchten Kraft

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{l_1}{l_2}$$

# Momentanpol in Verbindung mit Fahrwerken

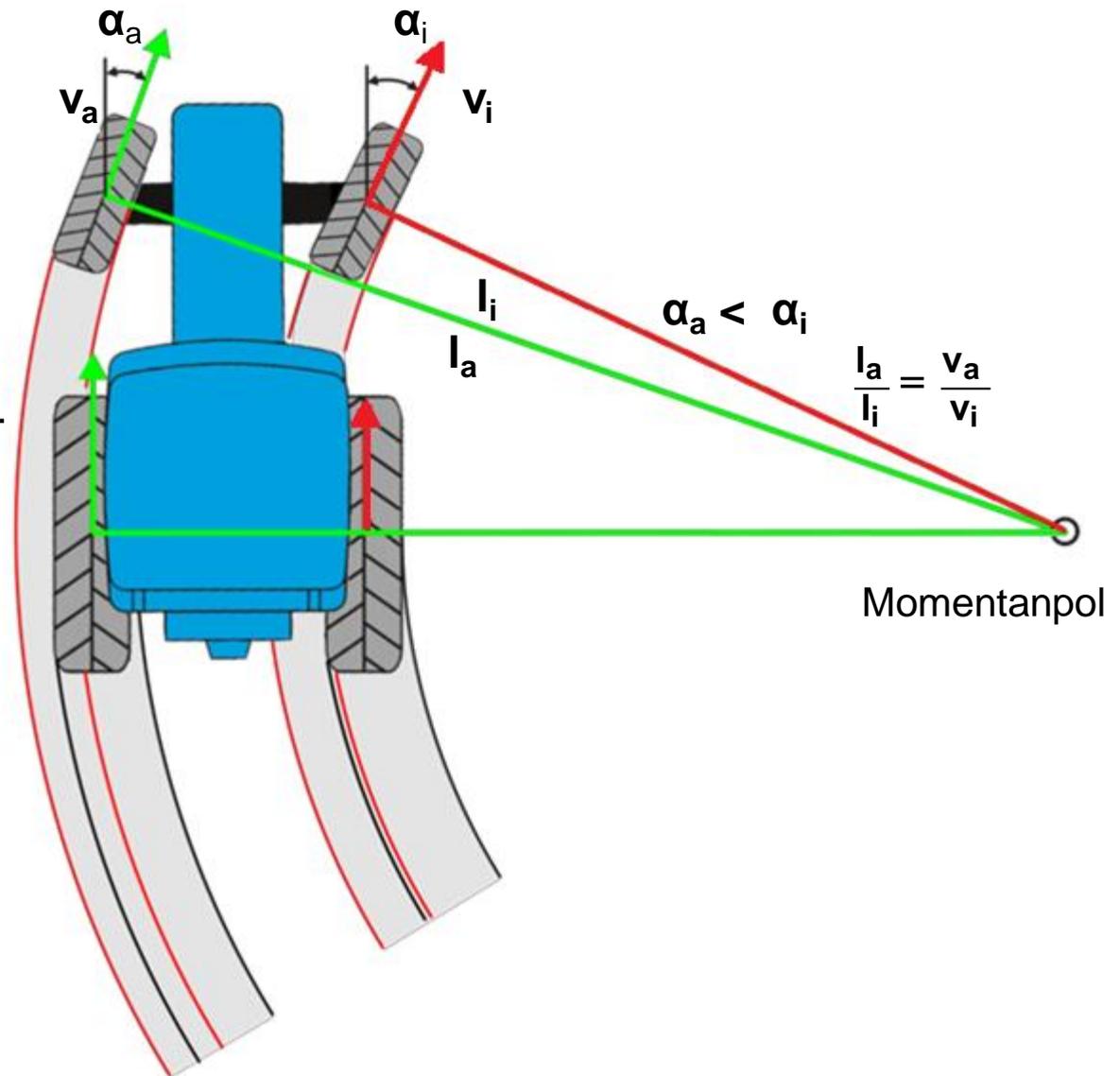
Bei den mobilen Arbeitsgeräten werden oftmals anspruchsvolle Fahrwerke eingesetzt, um bestimmte Bewegungsabläufe zu realisieren. Im Vordergrund steht in der Regel das Ziel, bodenschonend und verschleißarm zu arbeiten.

# Geschwindigkeiten an Traktorrädern

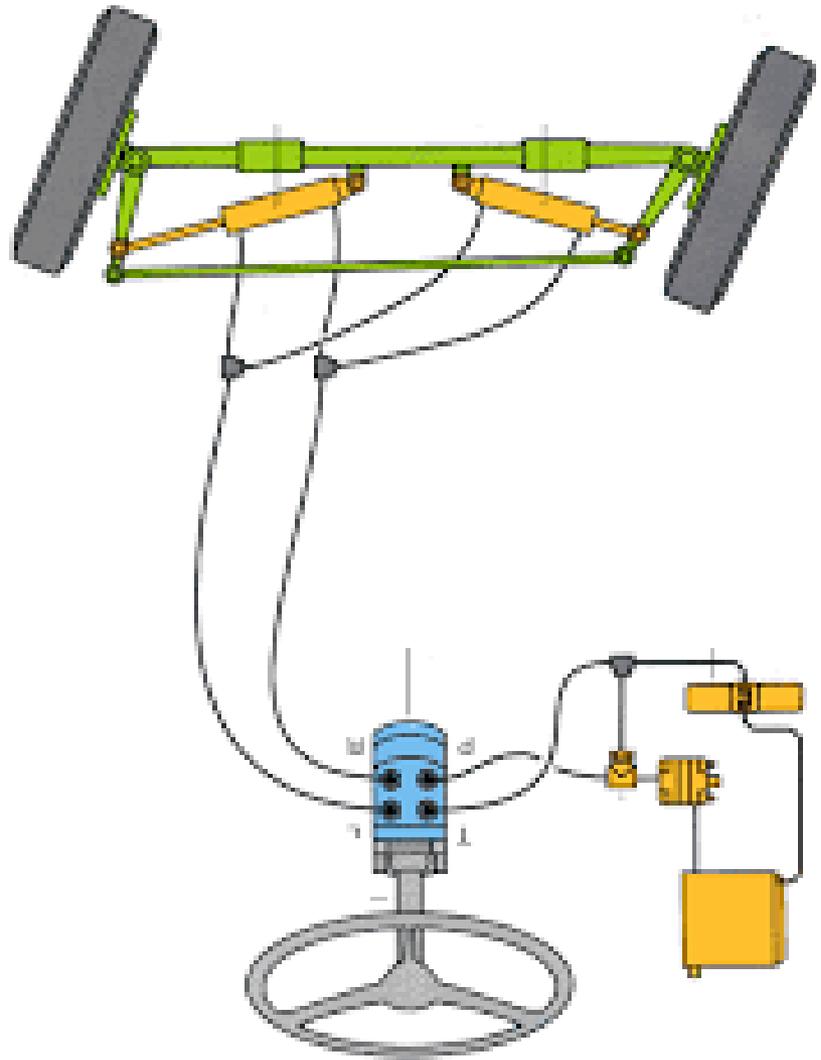
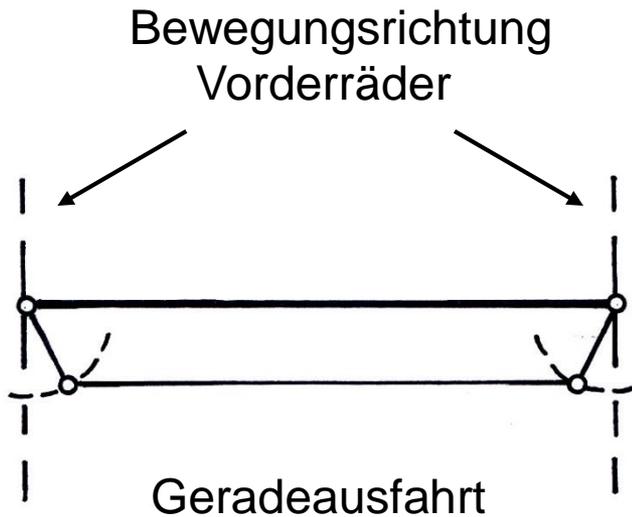
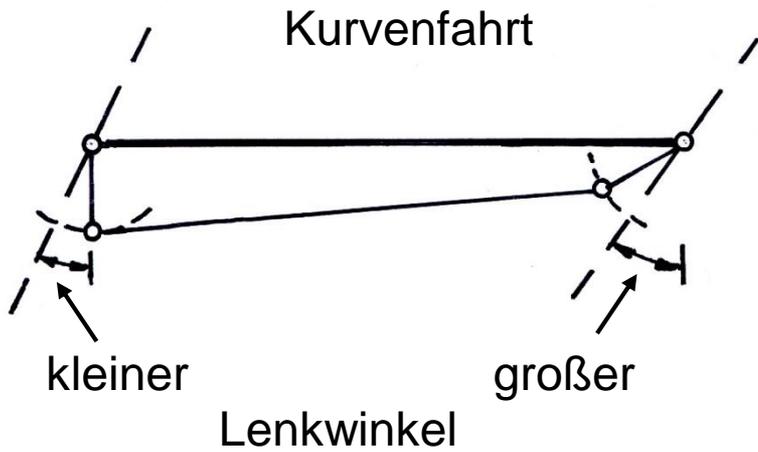
Die Räder bewegen sich auf unterschiedlichen Kreisbögen.

Die Geschwindigkeiten aller Räder sind unterschiedlich.

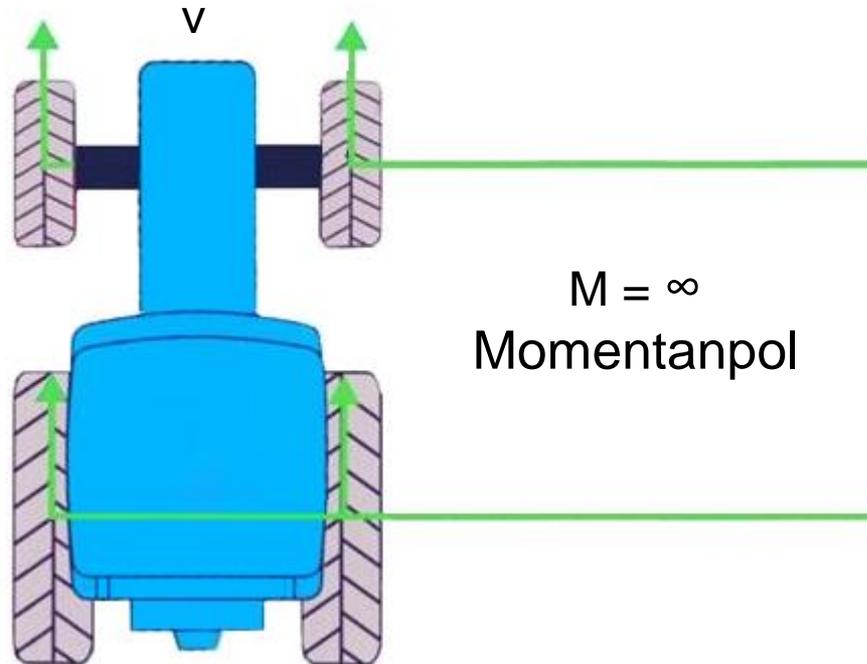
Die Einschlagwinkel der Vorderräder sind unterschiedlich.



# Momentanpol in Verbindung mit Fahrwerken

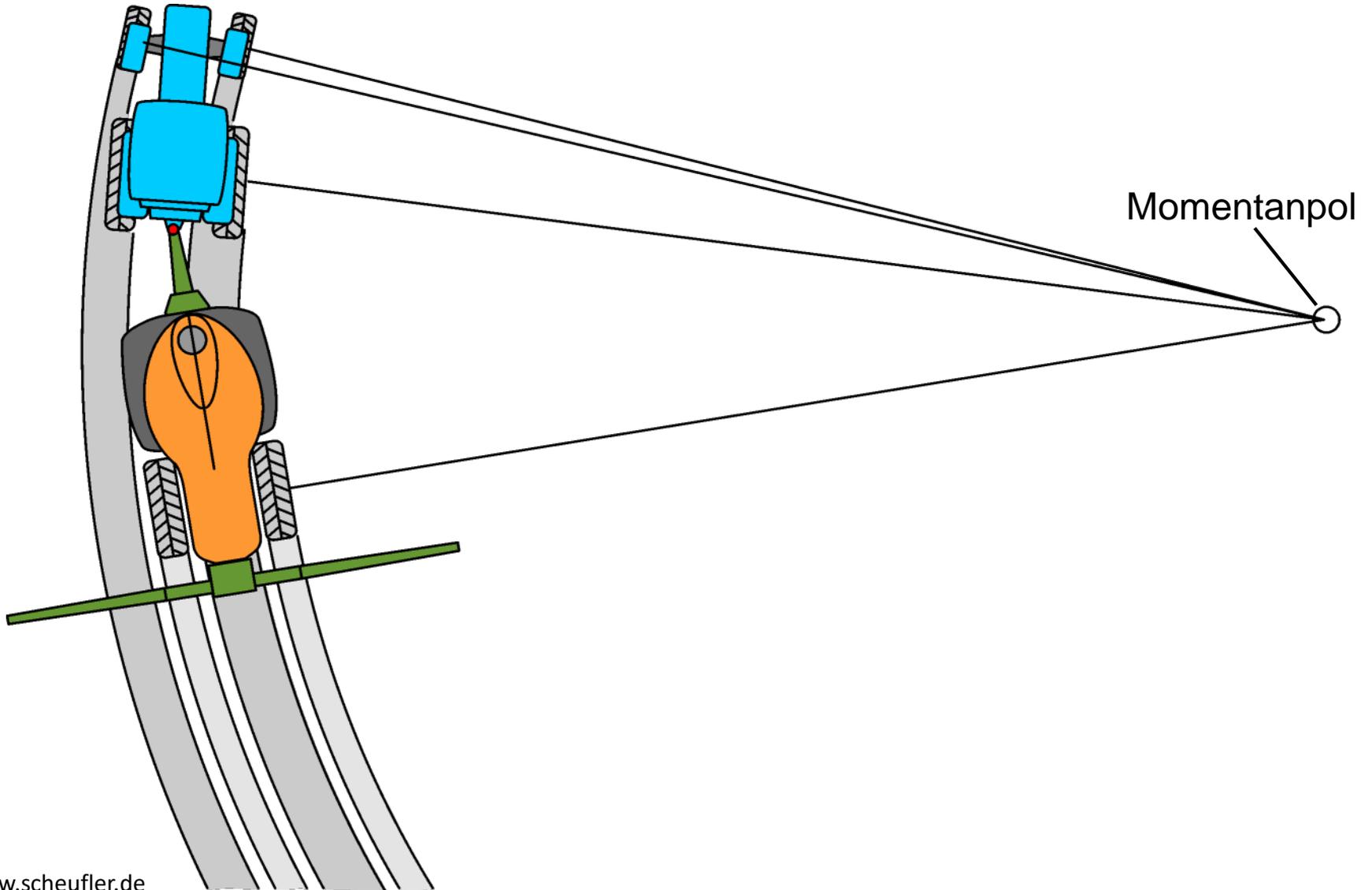


# Momentanpol bei Geradeausfahrt

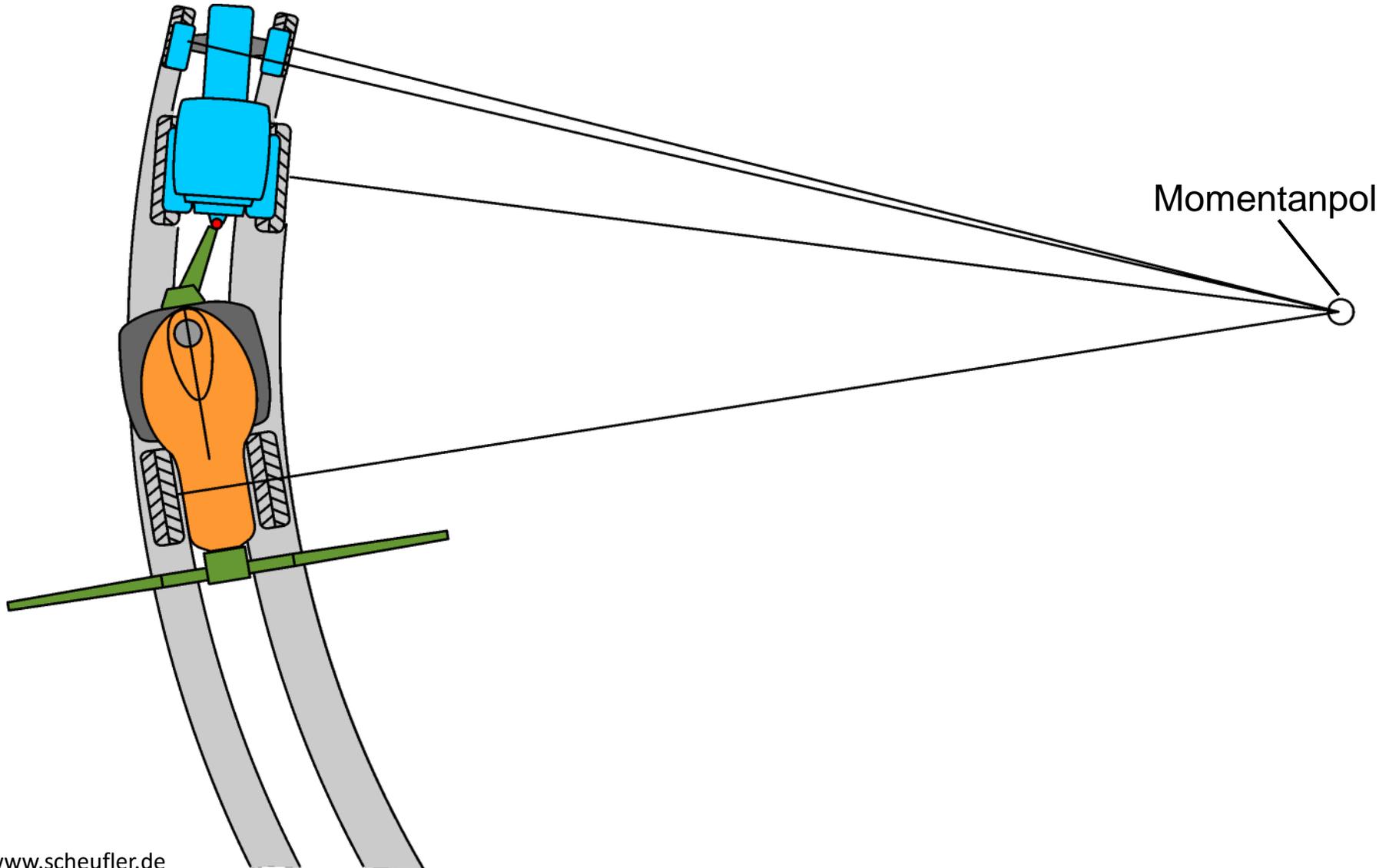


Bei Geradeausfahrt wandert der Momentanpol ins Unendliche. Alle Räder haben identische Umfangsgeschwindigkeiten. Alle Geschwindigkeiten sind identisch - Betrag und Richtung.

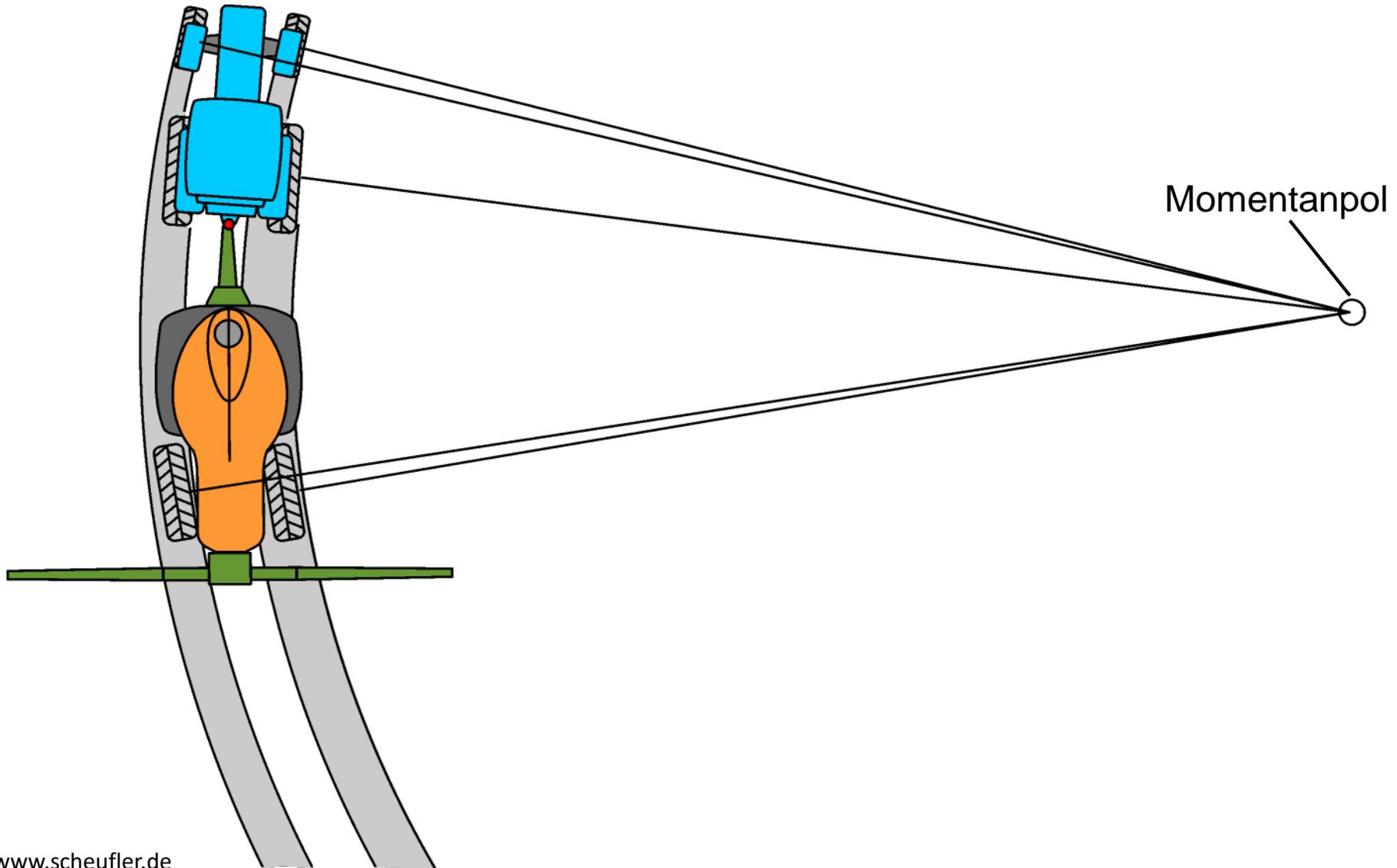
# Gezogene Pflanzenschutzspritze mit starrer Deichsel



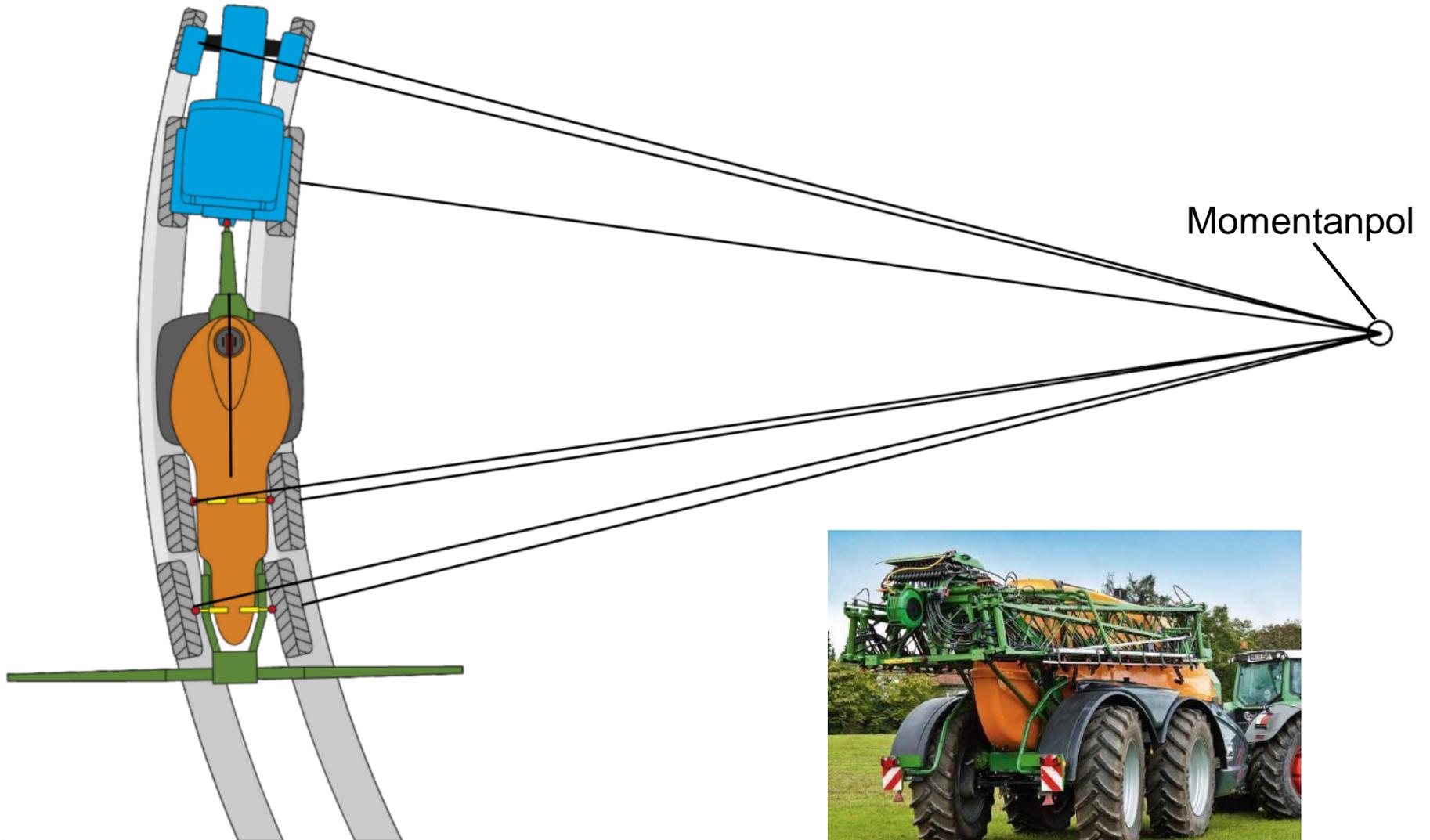
# Gezogene Pflanzenschutzspritze mit gelenkter Deichsel



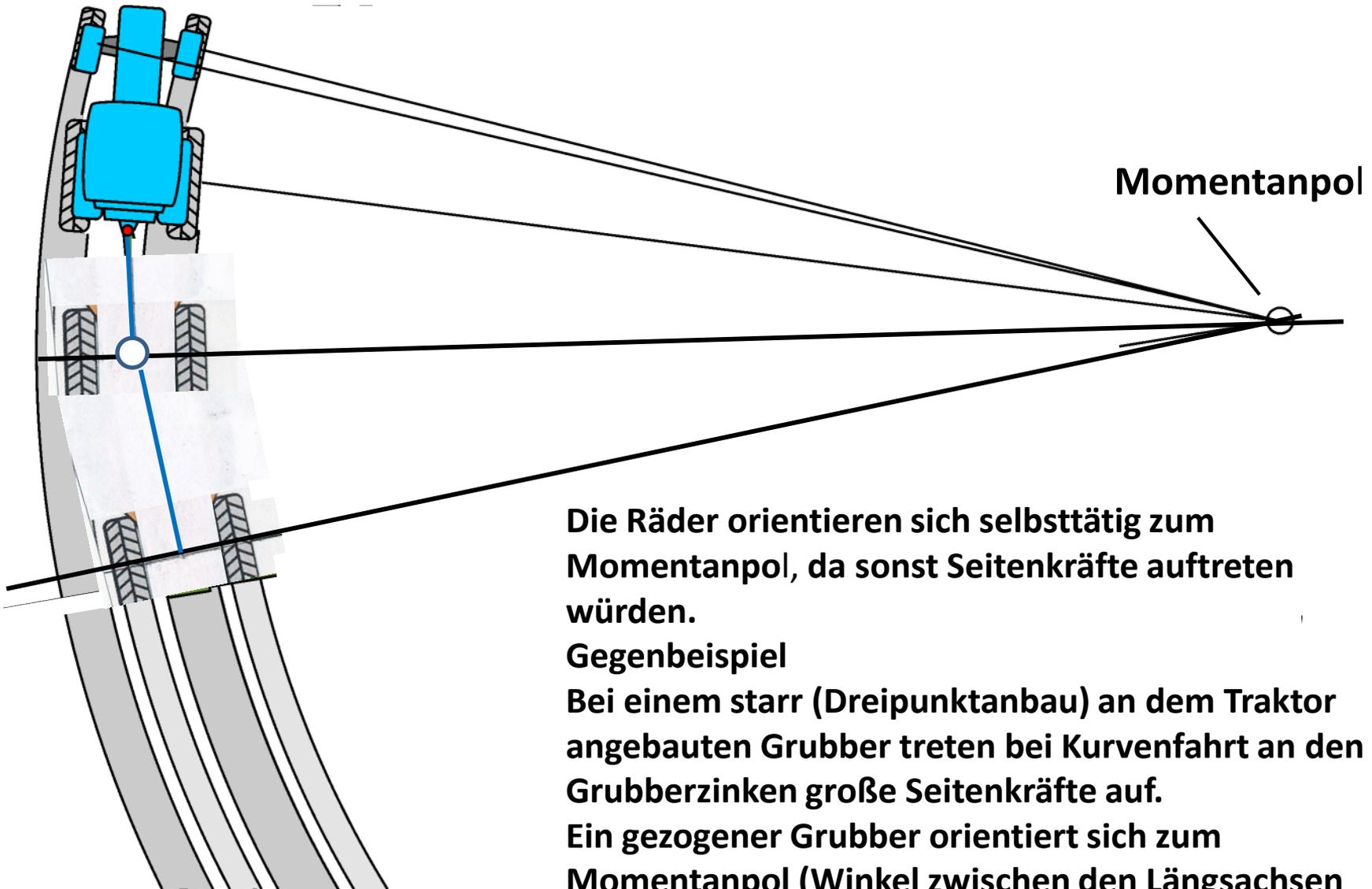
# Gezogene Pflanzenschutzspritze mit gelenkten Rädern



# Radstellungen bei einem Tandemfahrwerk



# Hänger mit Drehschemellenkung



Die Räder orientieren sich selbsttätig zum Momentanpol, da sonst Seitenkräfte auftreten würden.

**Gegenbeispiel**

Bei einem starr (Dreipunktanbau) an dem Traktor angebauten Grubber treten bei Kurvenfahrt an den Grubberzinken große Seitenkräfte auf.

Ein gezogener Grubber orientiert sich zum Momentanpol (Winkel zwischen den Längsachsen von Traktor und Grubber)

# Gezogener und angebauter Grubber

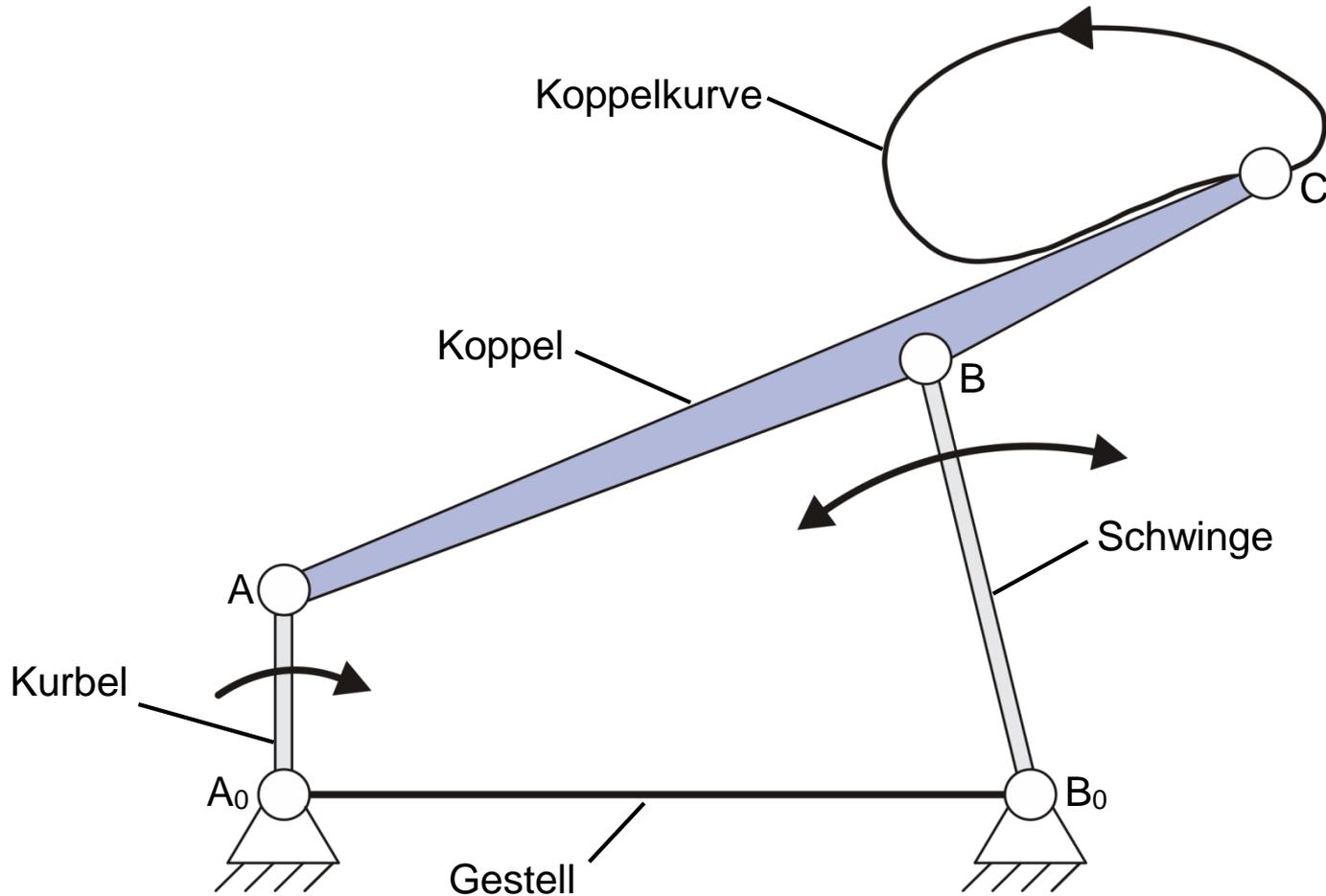


# Momentanpol in Verbindung mit dem Viergelenkgetriebe

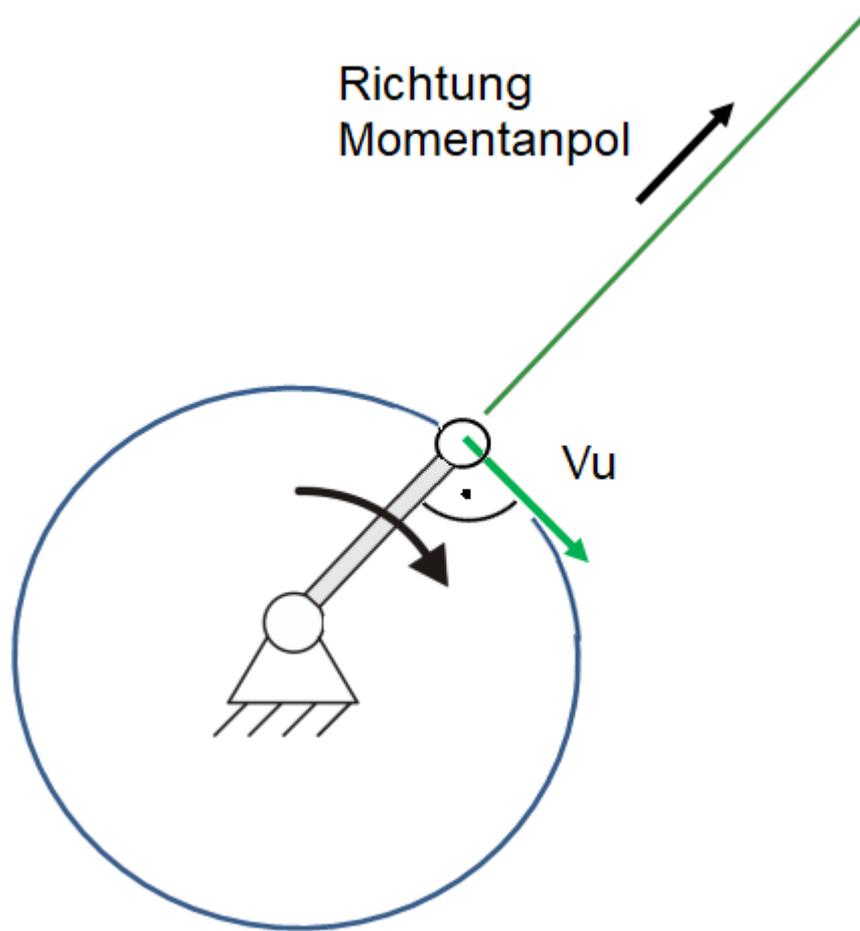
In der Agrartechnik hat insbesondere das Viergelenkgetriebe eine besondere Bedeutung. Viergelenkgetriebe kommen zur Anwendung bei

- |                    |                                  |
|--------------------|----------------------------------|
| Heckkraftheber     | - Verbindung Schlepper und Gerät |
| Förderelement      | - Raffer in Ballenpresse         |
| Klappmechanismus   | - Rahmen Einzelkornsämaschine    |
| Schließmechanismus | - Deckel, Hauben                 |
| Geräteaufhängung   | - Säaggregate                    |
| Gestängeaufhängung | - Pflanzenschutzspritze          |

# Antrieb des Viergelenkgetriebes



# Kurbel - Umfangsgeschwindigkeit und Momentanpol



# Viergelenkgetriebe

Die Kurbel wird angetrieben mit

$$n = 120 \frac{1}{\text{min}} = 2 \frac{1}{\text{s}}$$

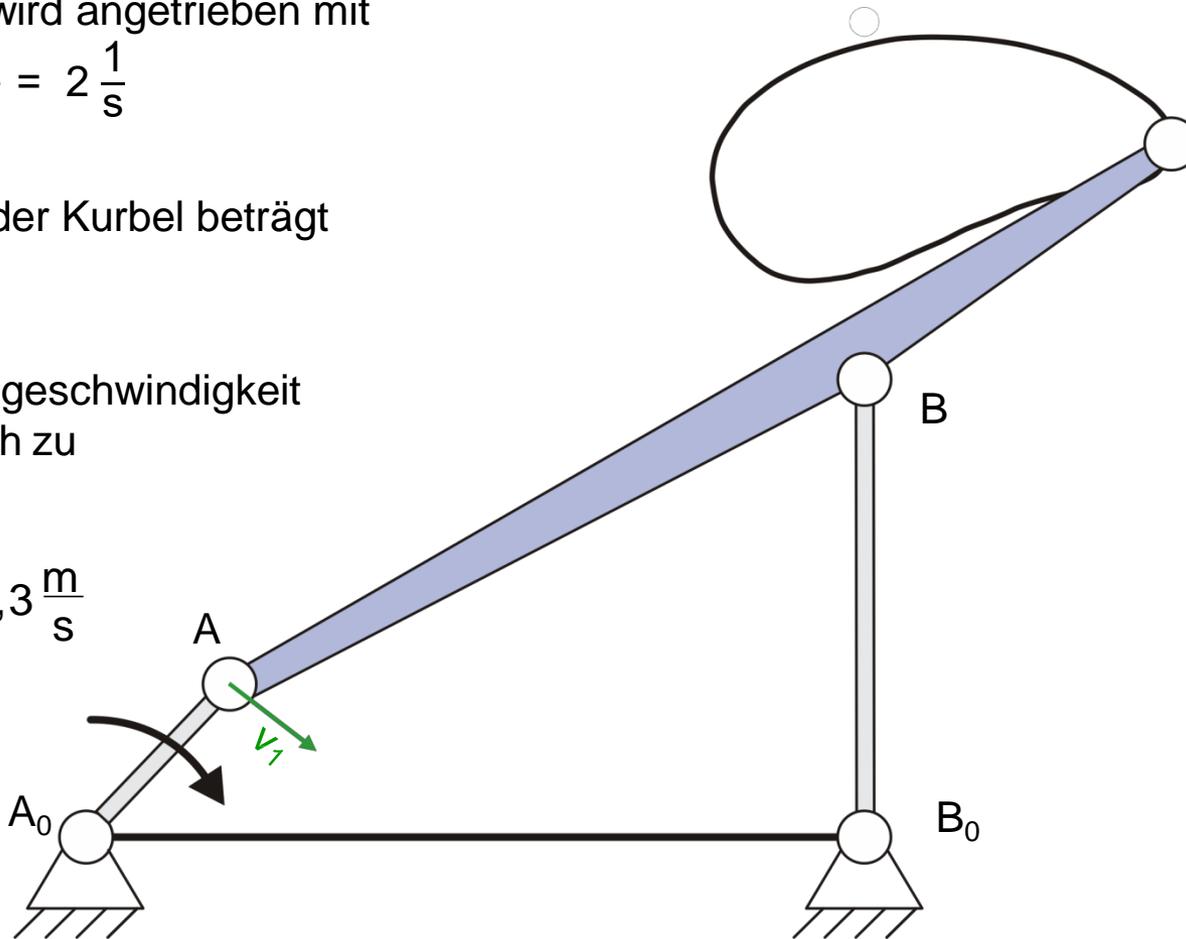
Der Radius der Kurbel beträgt  
 $r = 30 \text{ cm}$

Die Umfangsgeschwindigkeit  
errechnet sich zu

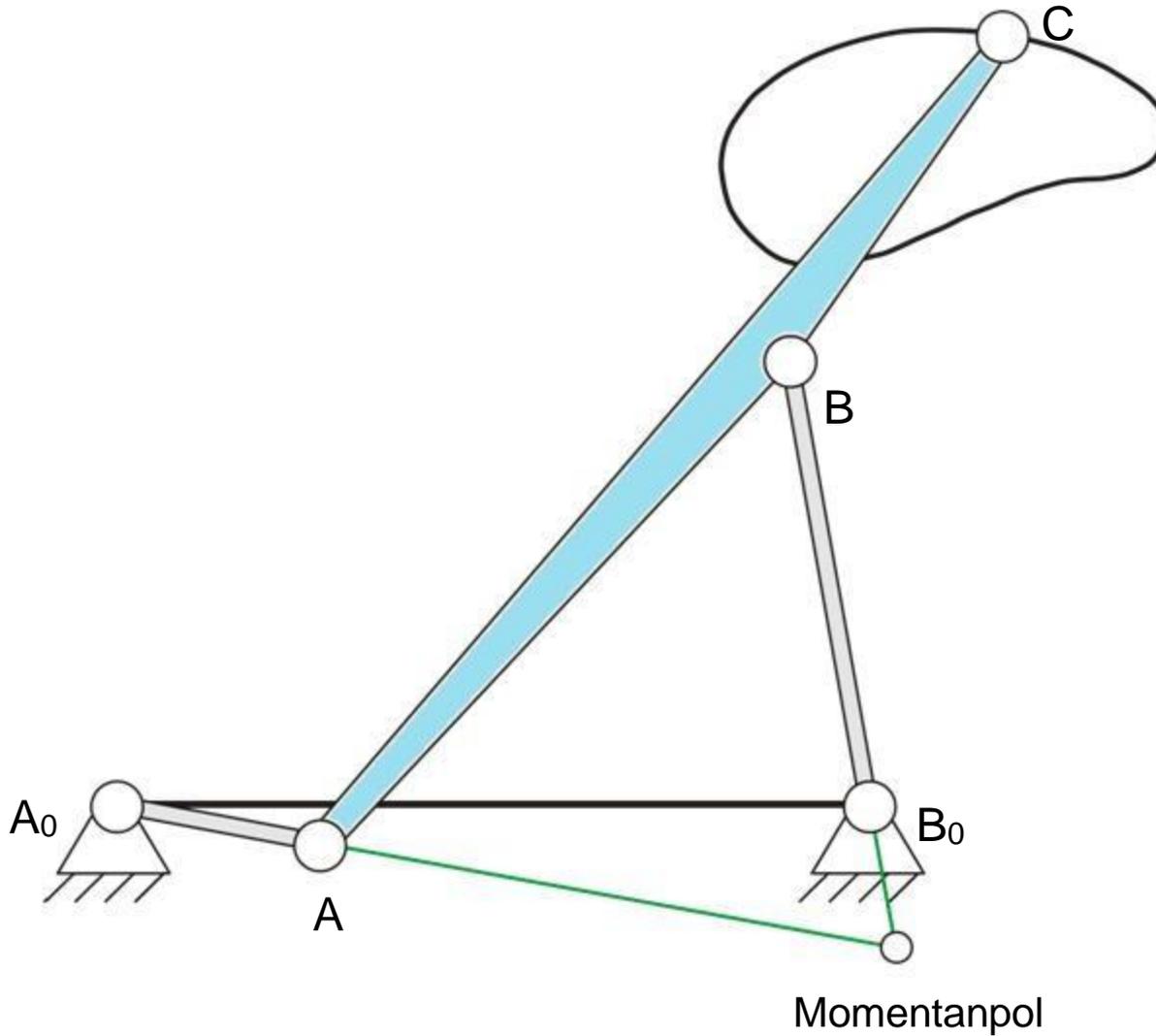
$$v_1 = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r$$

$$v_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

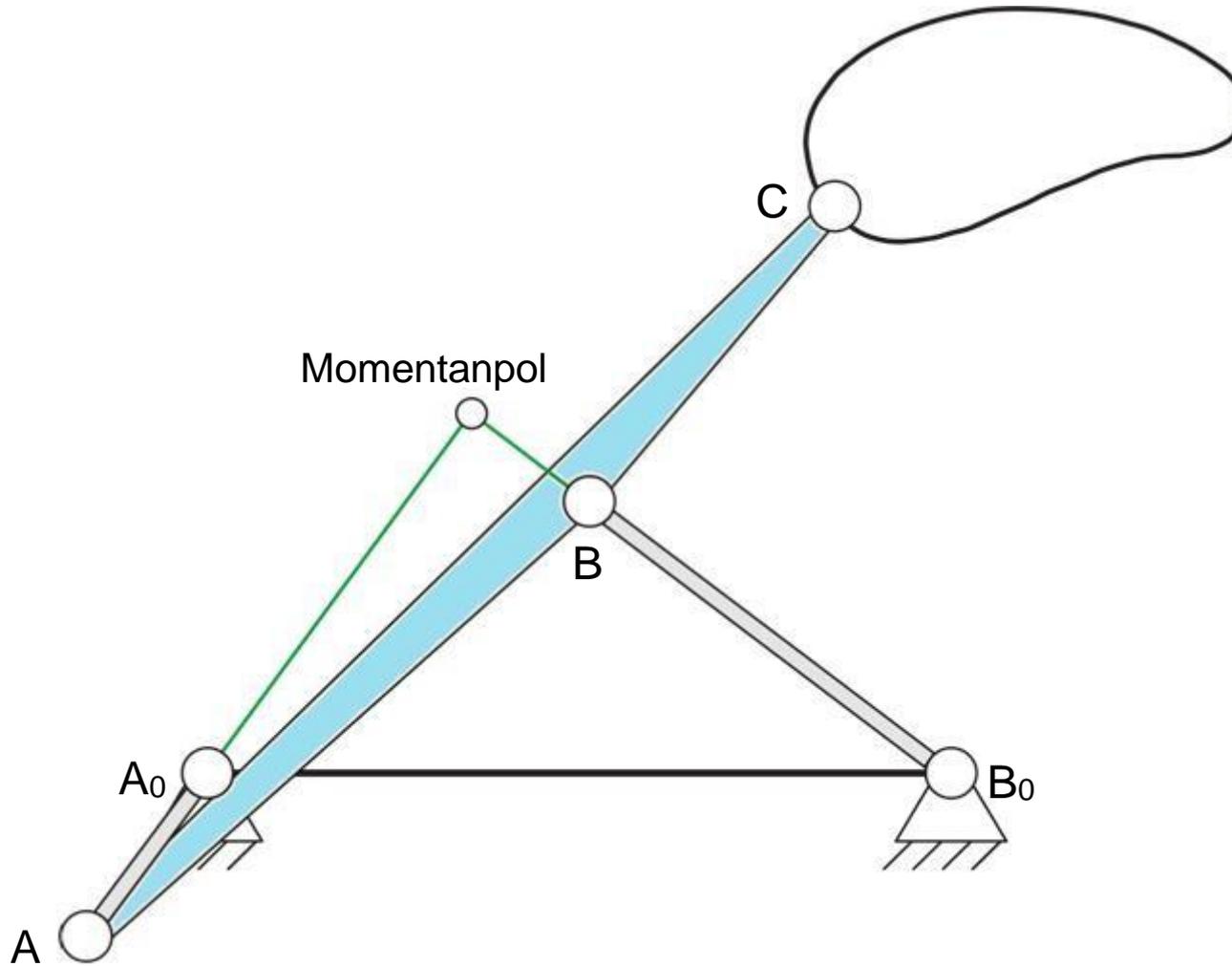
$$v_1 = 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



# Bestimmen des Momentanpols



# Bestimmen des Momentanpols



# Geschwindigkeiten im Viergelenkgetriebe

entsprechend dem Strahlensatz gilt

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{l_2}{l_1}$$

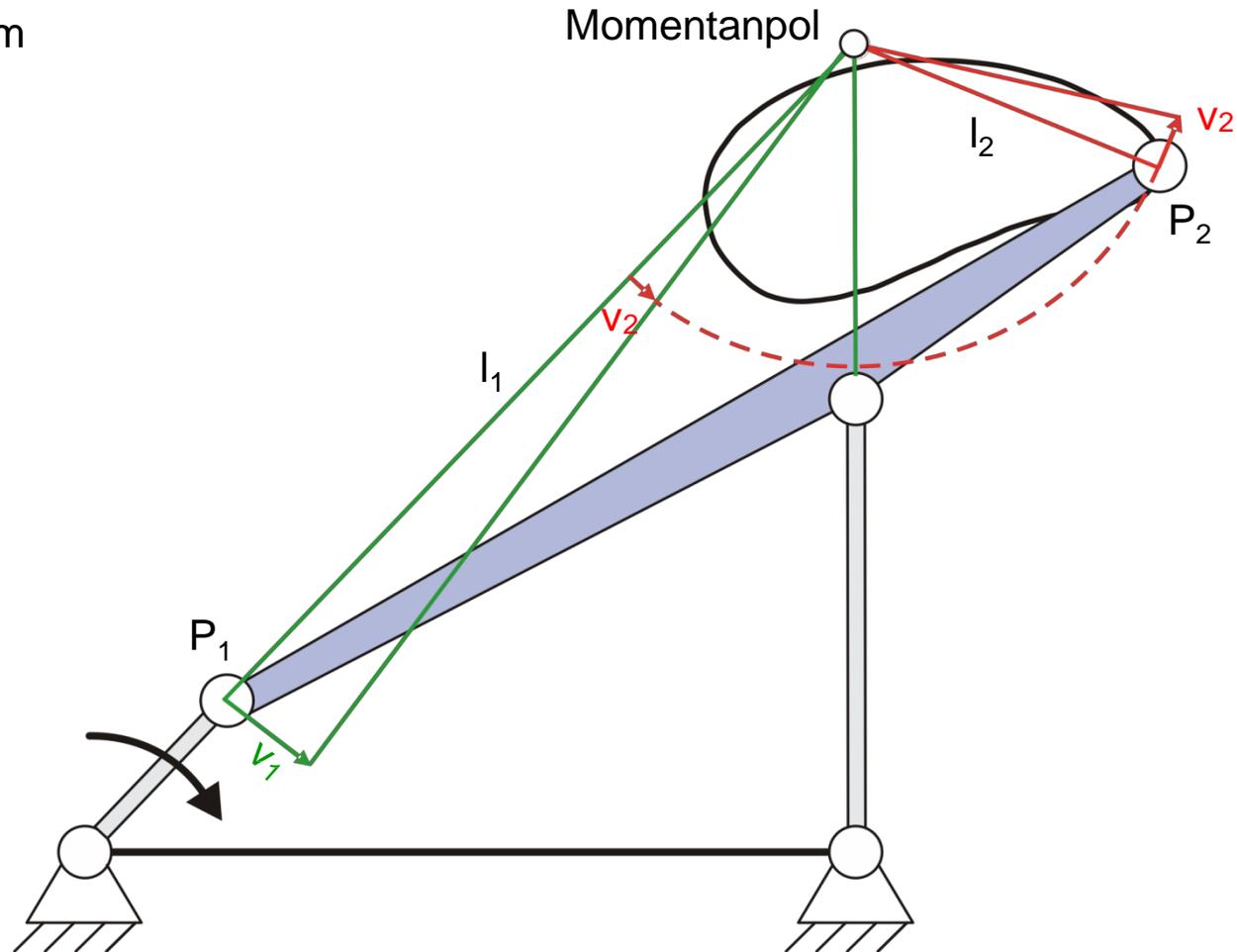
$$v_2 = \frac{l_2}{l_1} \cdot v_1$$

$$l_1 = 1,3 \text{ m}$$

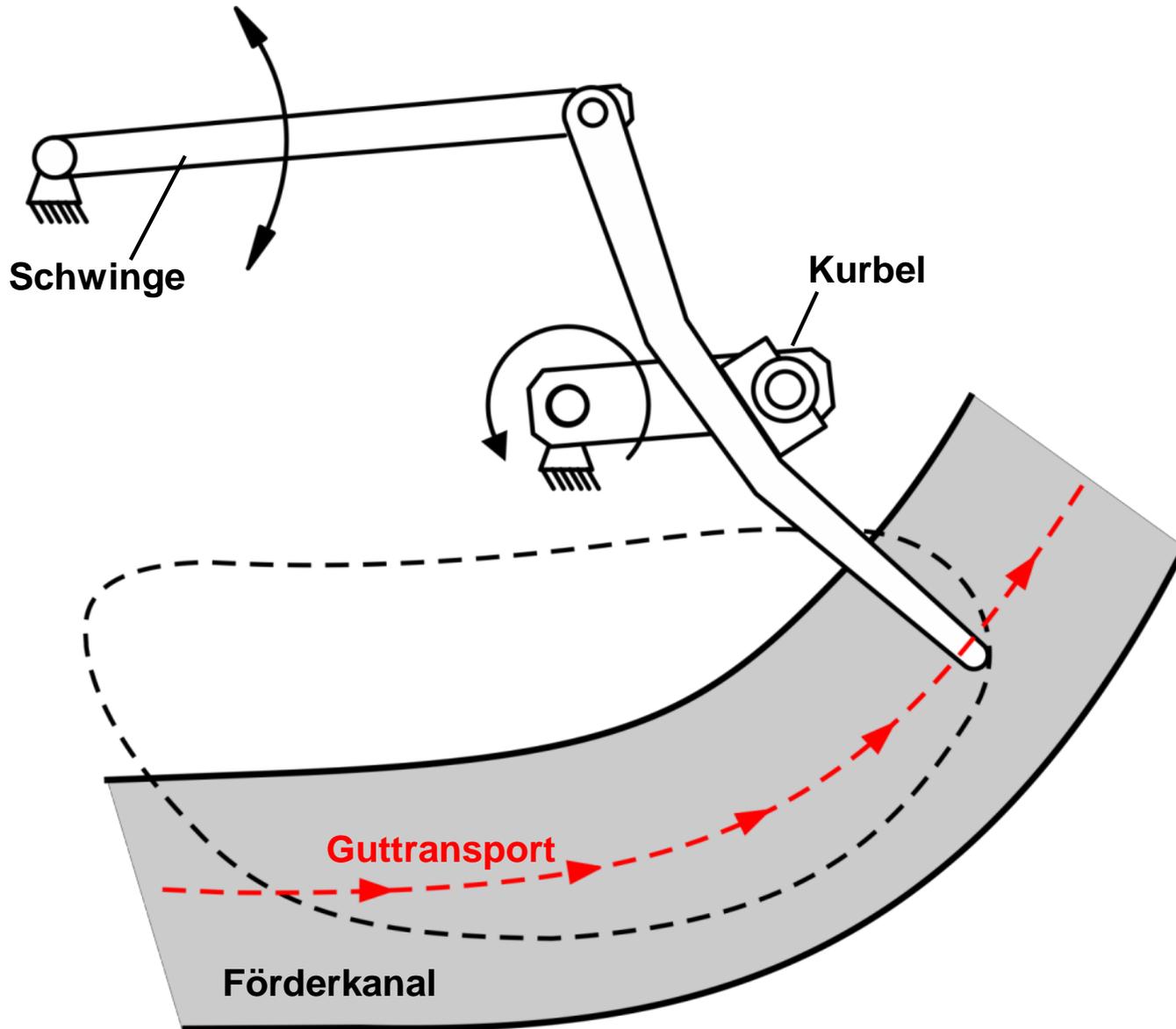
$$l_2 = 0,5 \text{ m}$$

$$v_2 = \frac{0,5}{1,3} \cdot 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

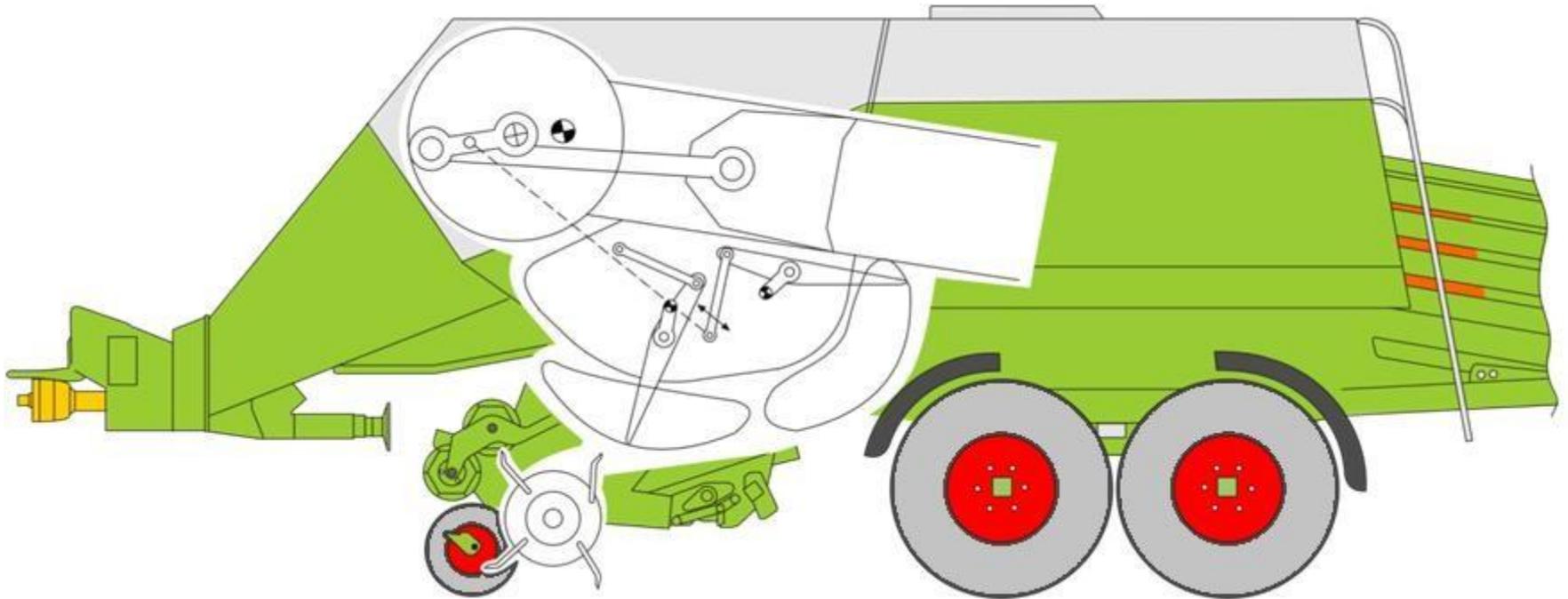
$$v_2 = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



# Kurbelschwinge für ein Raffergetriebe



# Raffergetriebe in der Hochdruckpresse



# Kräfte im Viergelenkgetriebe

Die verschiedenen punktuell am Körper (Koppel beim Viergelenkgetriebe) auftretenden Geschwindigkeiten stehen in einem bestimmten Verhältnis zu einander, wie auf der Folie dargestellt. Die Bewegungsgeschwindigkeiten  $v_1$  an der Antriebskurbel wird beispielsweise mit Hilfe der Koppel übersetzt in die Abtriebsgeschwindigkeit  $v_2$  am Koppelendpunkt. Das Verhältnis der Geschwindigkeiten beträgt

$$i = \frac{v_1}{v_2}$$

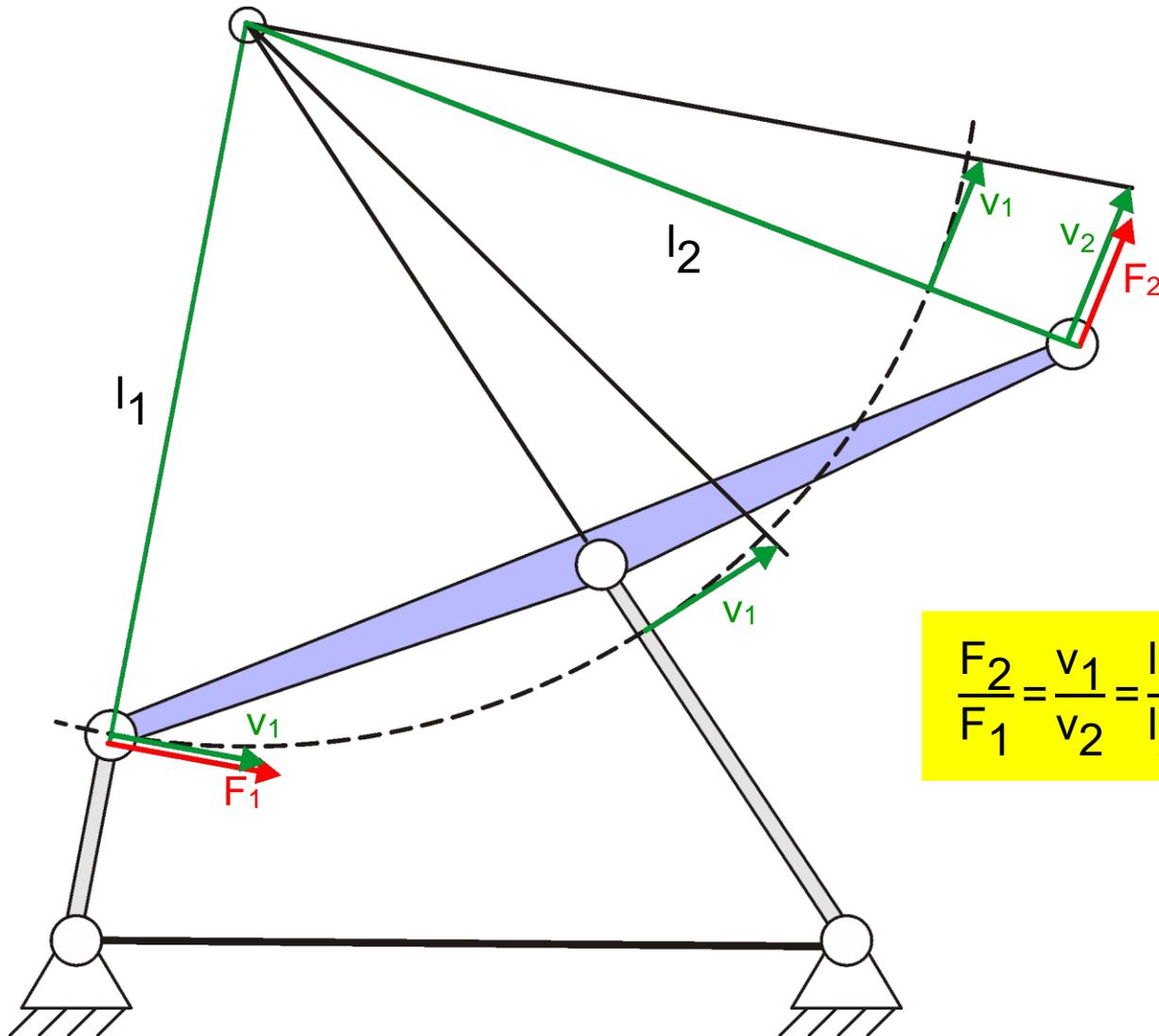
An dem Koppelendpunkt wirkt die Kraft  $F_2$  in Richtung der Bewegungsgeschwindigkeit - z.B. beim Raffergetriebe während des Transports von Halmgut. Diese Kraft  $F_2$  verursacht an der Kurbel die Kraft  $F_1$ . Diese Kräfte stehen im umgekehrten Verhältnis wie die Geschwindigkeiten zu einander.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

Die Produkte aus Geschwindigkeit und Kräften sind konstant (Energie-Erhaltungssatz)

$$F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2$$

# Kräfte und Geschwindigkeiten im Viergelenkgetriebe



$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

# Kräfte im Viergelenkgetriebe

Das Geschwindigkeitsverhältnis lässt sich durch das Längenverhältnis ersetzen

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

so dass sich ergibt

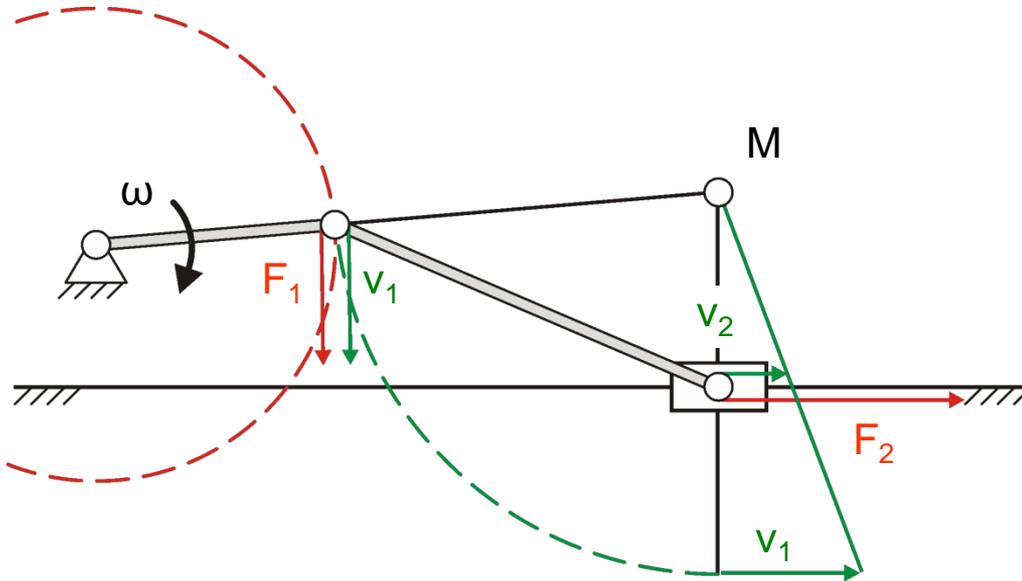
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$$

Daraus lässt sich wiederum das Momentengleichgewicht bilden

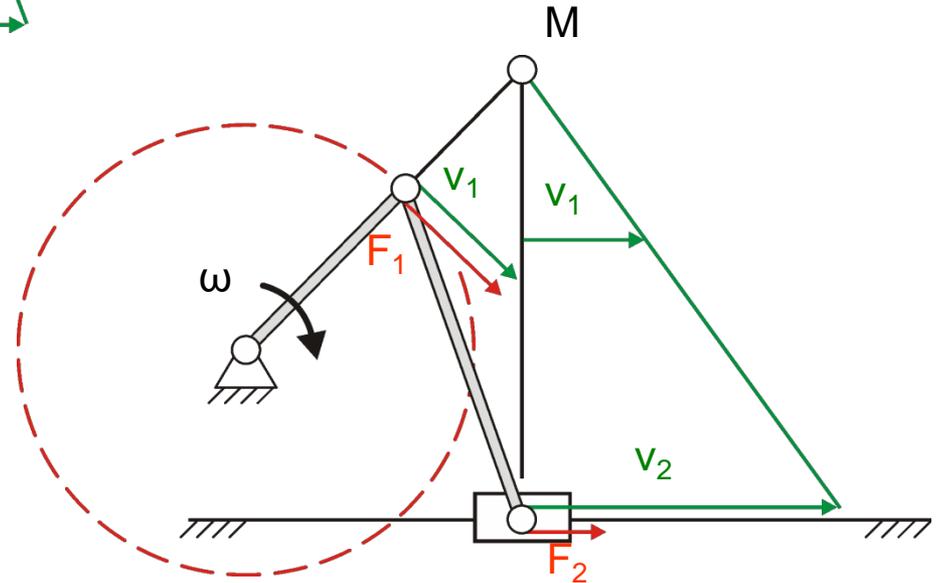
$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

Die durch einen Körper übertragbaren Kräfte lassen sich somit wie die Geschwindigkeiten bezogen auf den Momentanpol berechnen.

# Schubkurbelgetriebe



kleine Geschwindigkeit  
hohe Kraft

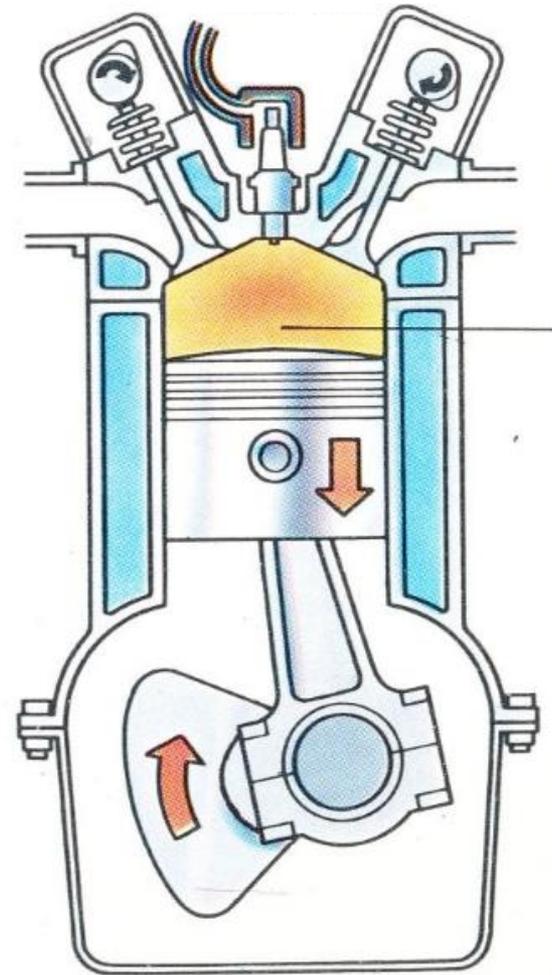
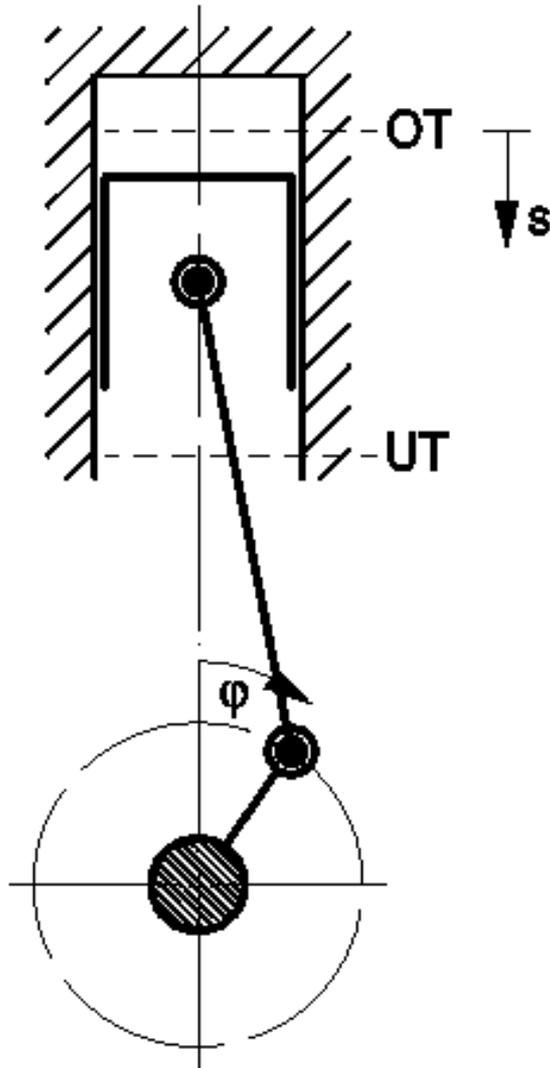


hohe Geschwindigkeit  
kleine Kraft

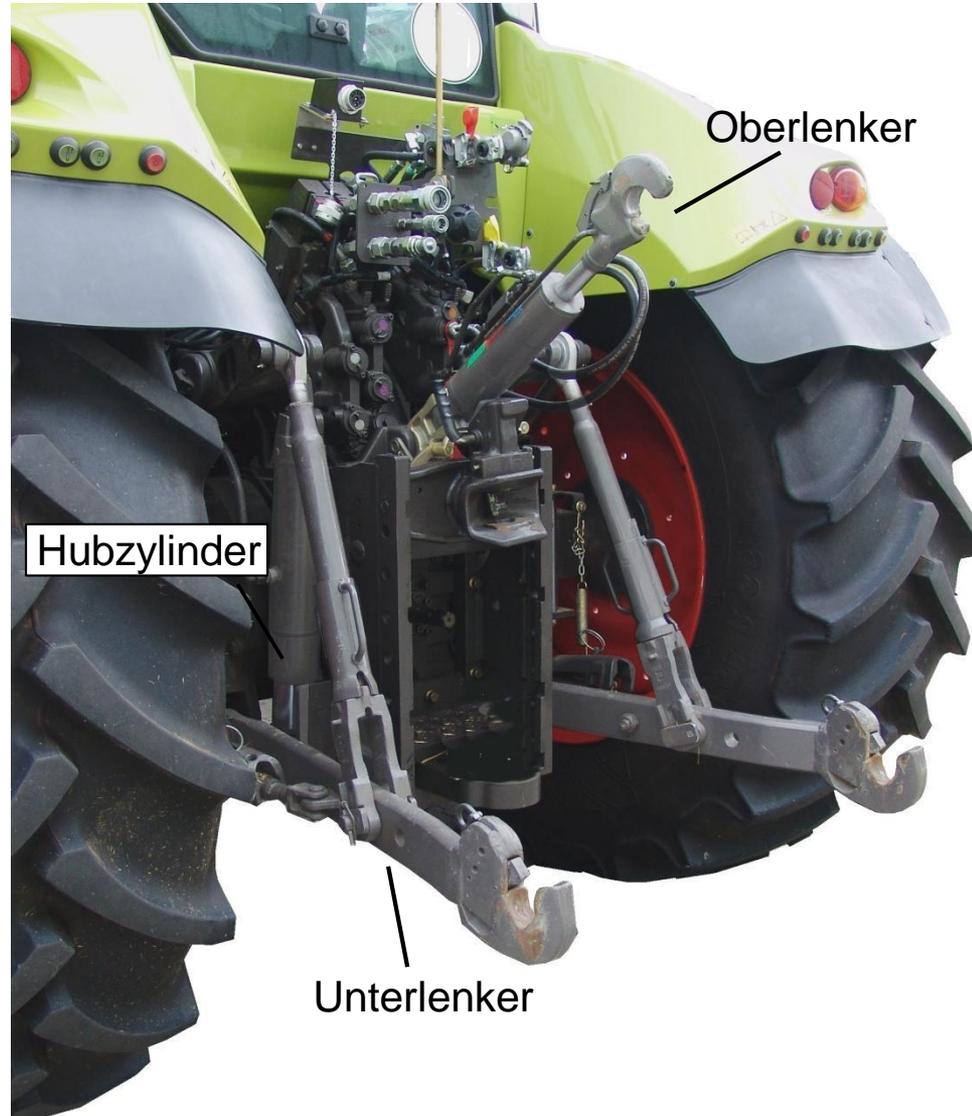
# Ballenpresse



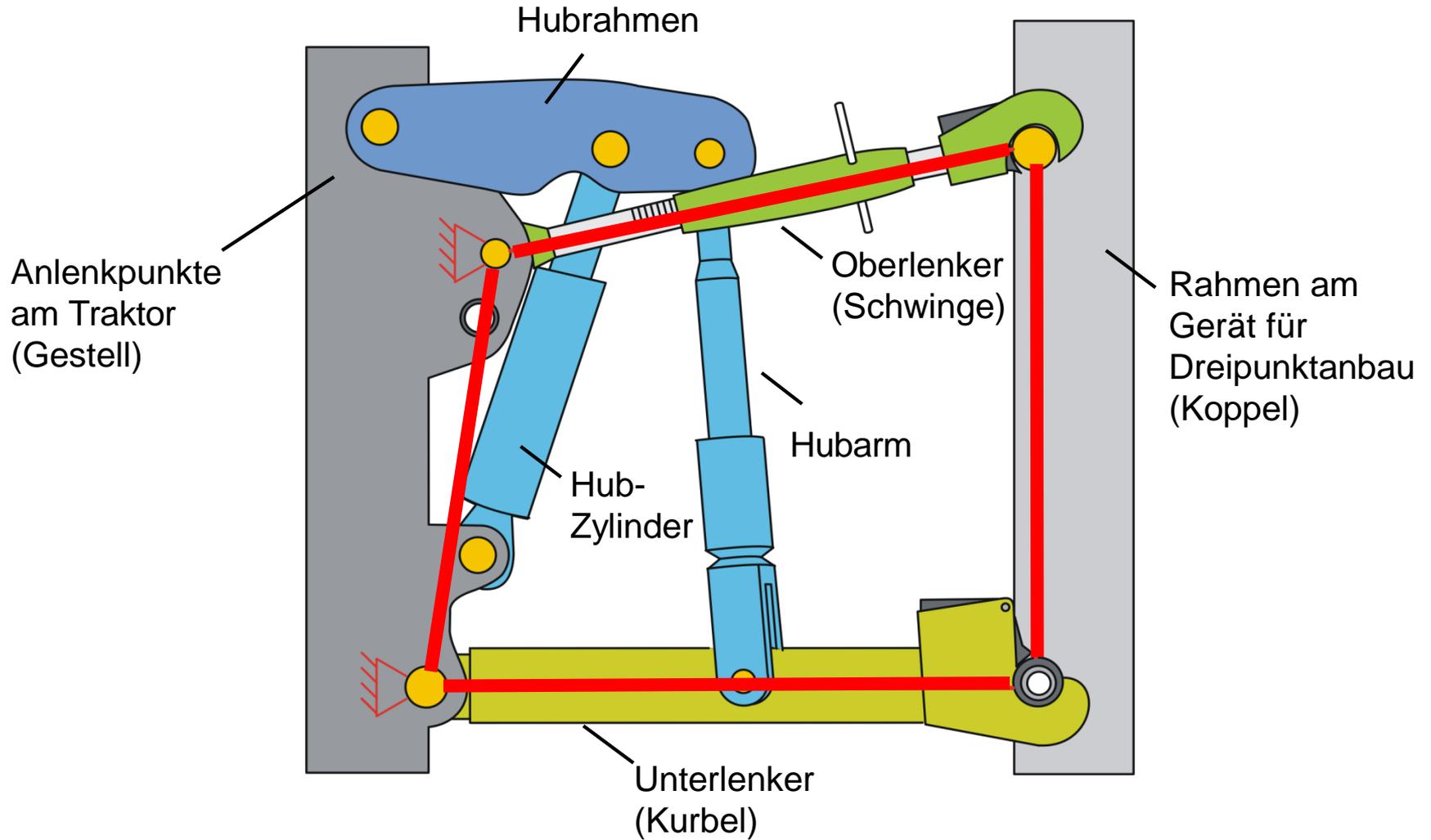
# Schubkurbel im Verbrennungsmotor



# Dreipunktkraftheber

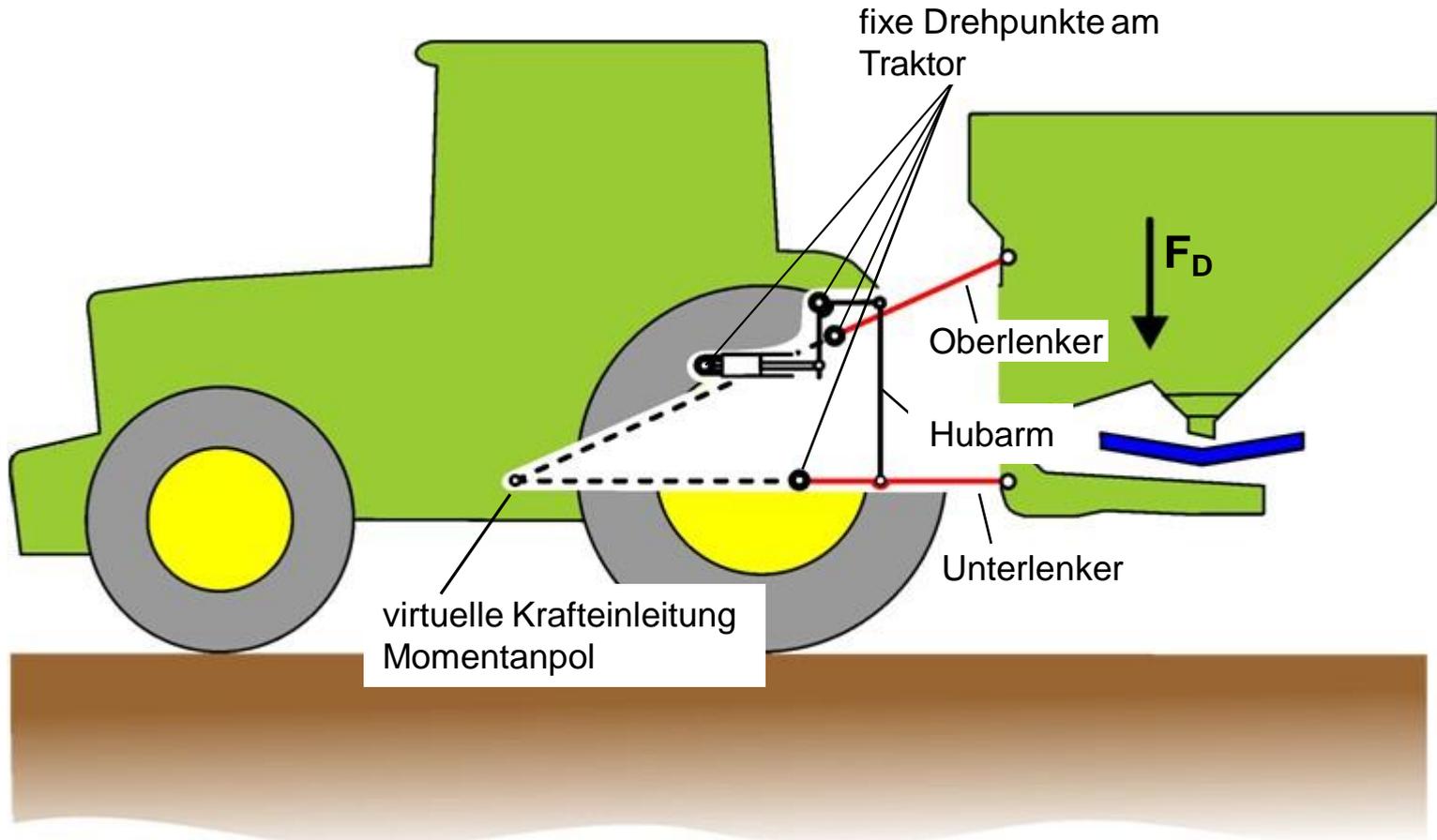


# Dreipunktkraftheber als Viergelenkgetriebe

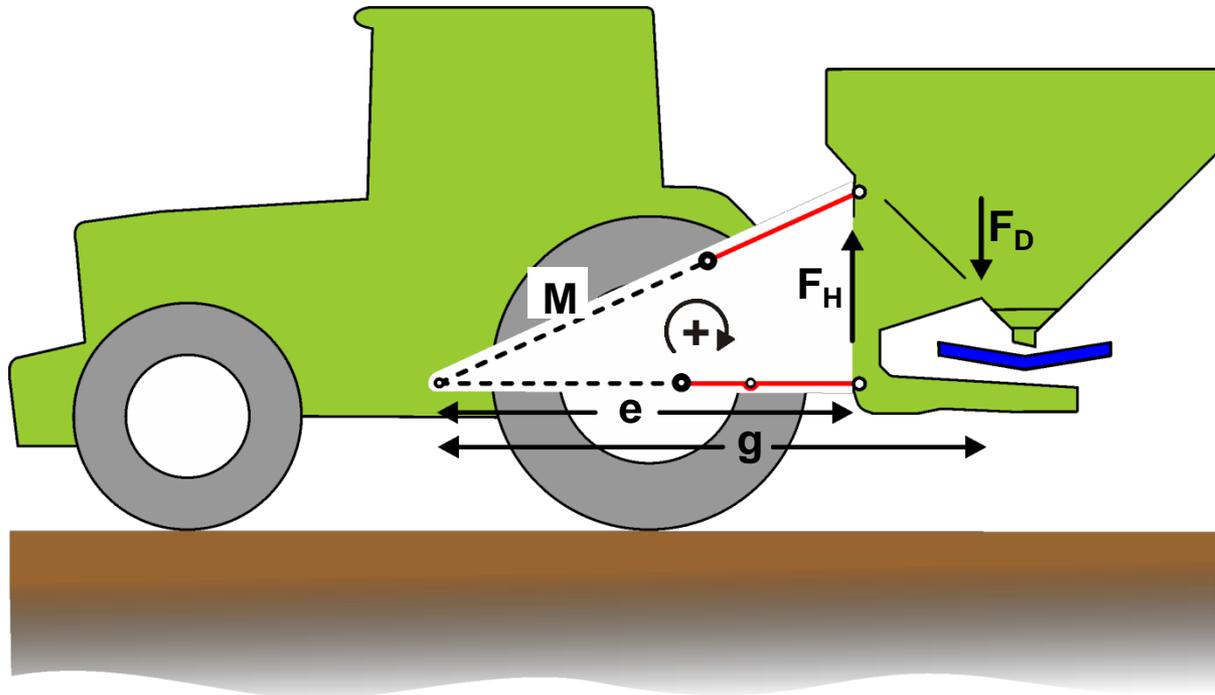


# Düngerstreuer in der Dreipunkthydraulik

## Ventil in Sperrstellung



# Berechnen der Hubkräfte



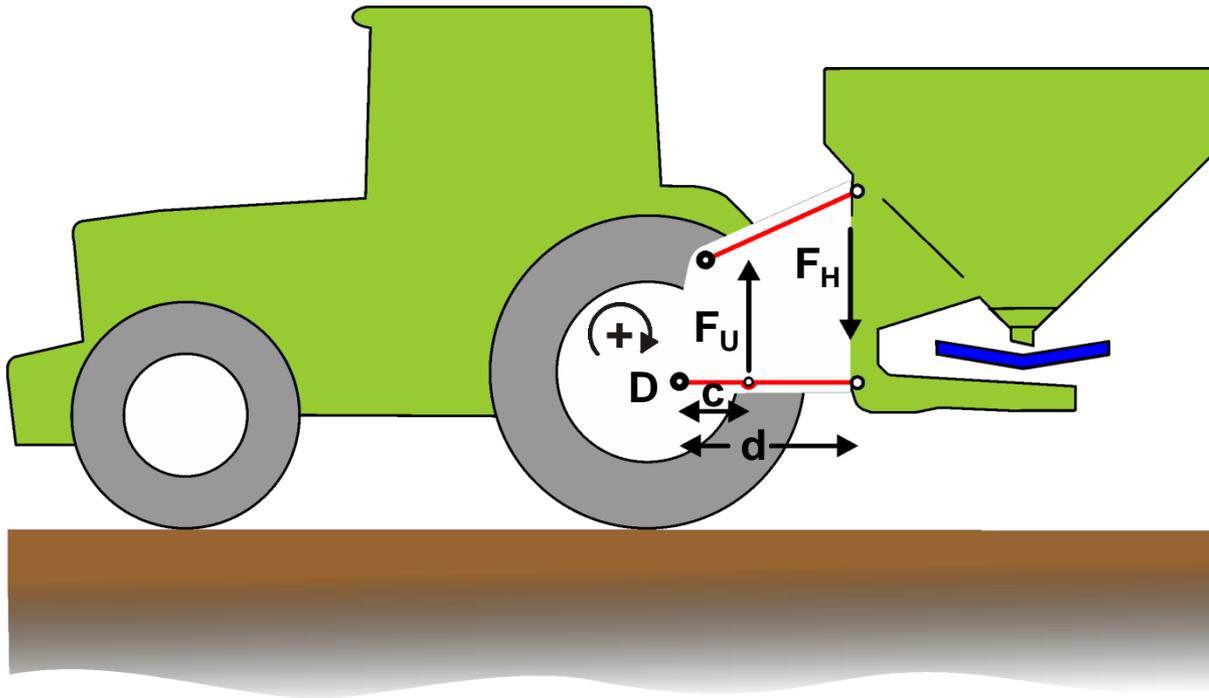
Zur Berechnung der Kräfte  $F_H$  im Dreipunktanbau ist der **Momentanpol M** der **Bezugspunkt** für die auftretenden Drehmomente.

$$\sum M = F_D \cdot g - F_H \cdot e = 0$$

$$F_H \cdot e = F_D \cdot g$$

$$F_H = F_D \cdot \frac{g}{e}$$

# Berechnen der Hubkräfte



Zur Berechnung der Kräfte  $F_U$  um den Unterlenker anzuheben, ist das **Gelenk D am Traktor der Bezugspunkt** für die auftretenden Drehmomente.

$$\sum M_D = F_H \cdot d - F_U \cdot c = 0$$

$$F_U \cdot c = F_H \cdot d$$

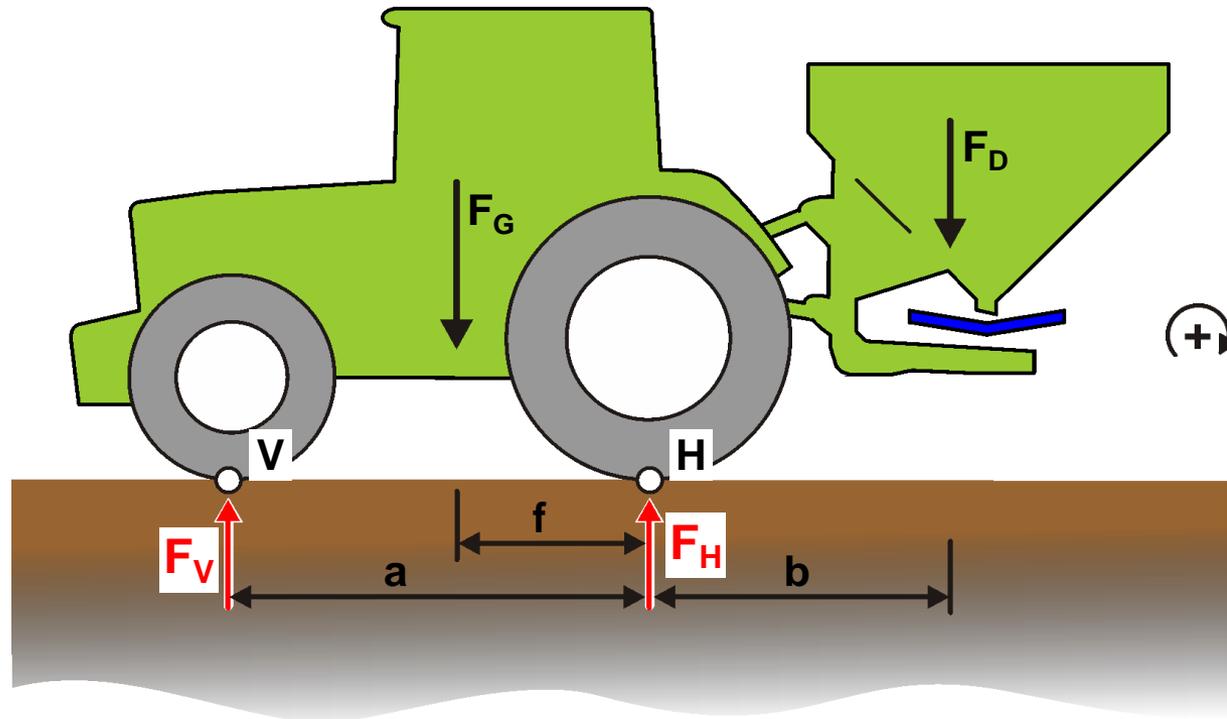
$$F_U = F_H \cdot \frac{d}{c}$$

mit Folie vorher

$$F_H = F_D \cdot \frac{g}{e}$$

$$F_U = F_D \cdot \frac{g}{e} \cdot \frac{d}{c}$$

# Berechnen der Radlasten



Zum Berechnen der Radlasten  $F_V$  und  $F_H$  sind die **Aufstandspunkte V und H** die **Bezugspunkte** für die auftretenden Drehmomente – siehe Kap. Drehmoment.

$$\sum M_H = F_V \cdot a - F_G \cdot f + F_D \cdot b = 0$$

$$F_V \cdot a = F_G \cdot f - F_D \cdot b$$

$$F_V = \frac{1}{a} (F_G \cdot f - F_D \cdot b)$$

$$\sum M_V = F_G(a-f) - F_H \cdot a + F_D(a+b) = 0$$

$$F_H \cdot a = F_G(a-f) + F_D(a+b)$$

$$F_H = \frac{1}{a} (F_G(a-f) + F_D(a+b))$$

# Dreipunktkraftheber

## Versuch 1

# Kräfte bei angebauter Dreipunktmaschine I

## Aufgabe (Modellbetrachtung)

gemessen:

gegeben:

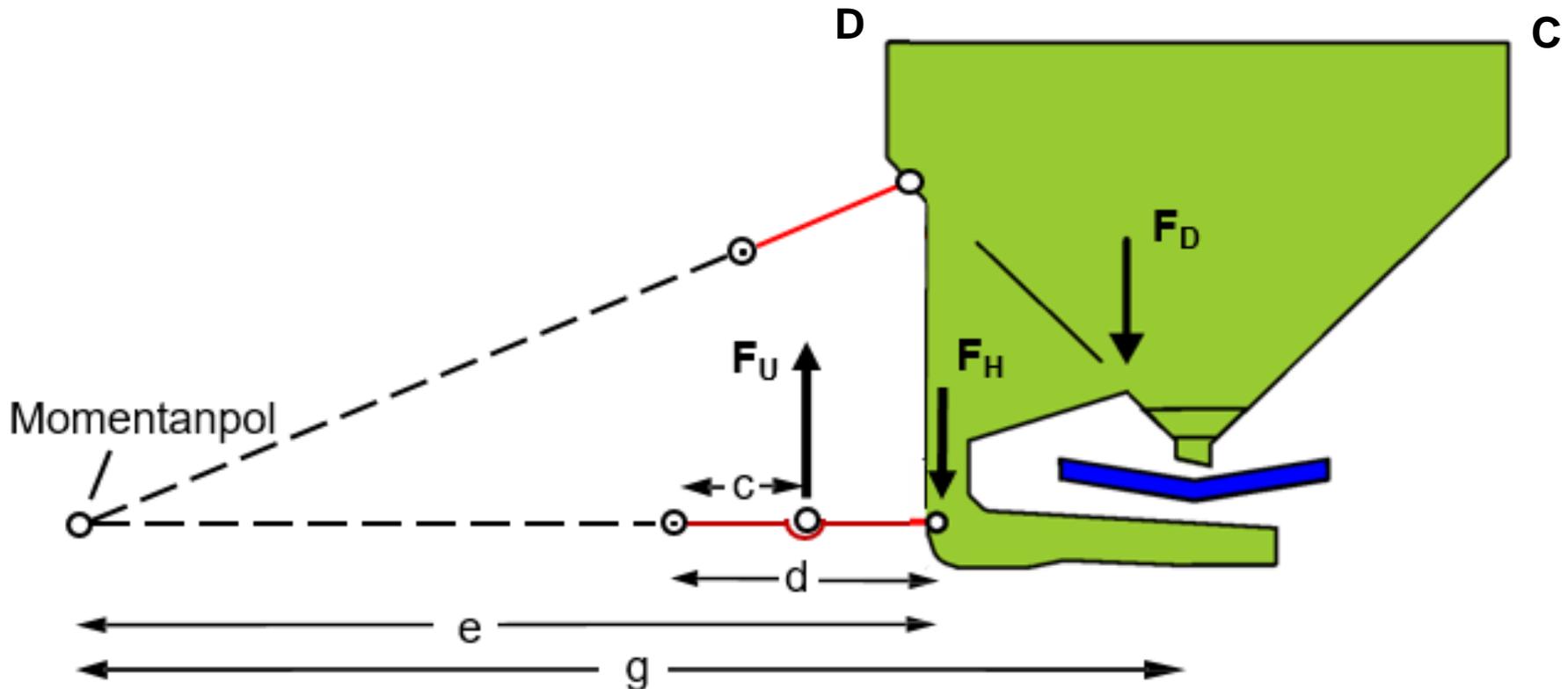
$e =$

$F_D = 20 \text{ N}$

$g =$

$d = 50 \text{ cm}$

$c = 25 \text{ cm}$



# Kräfte bei angebauter Dreipunktmaschine II

## Aufgabe (Modellbetrachtung)

gemessen:

gegeben:

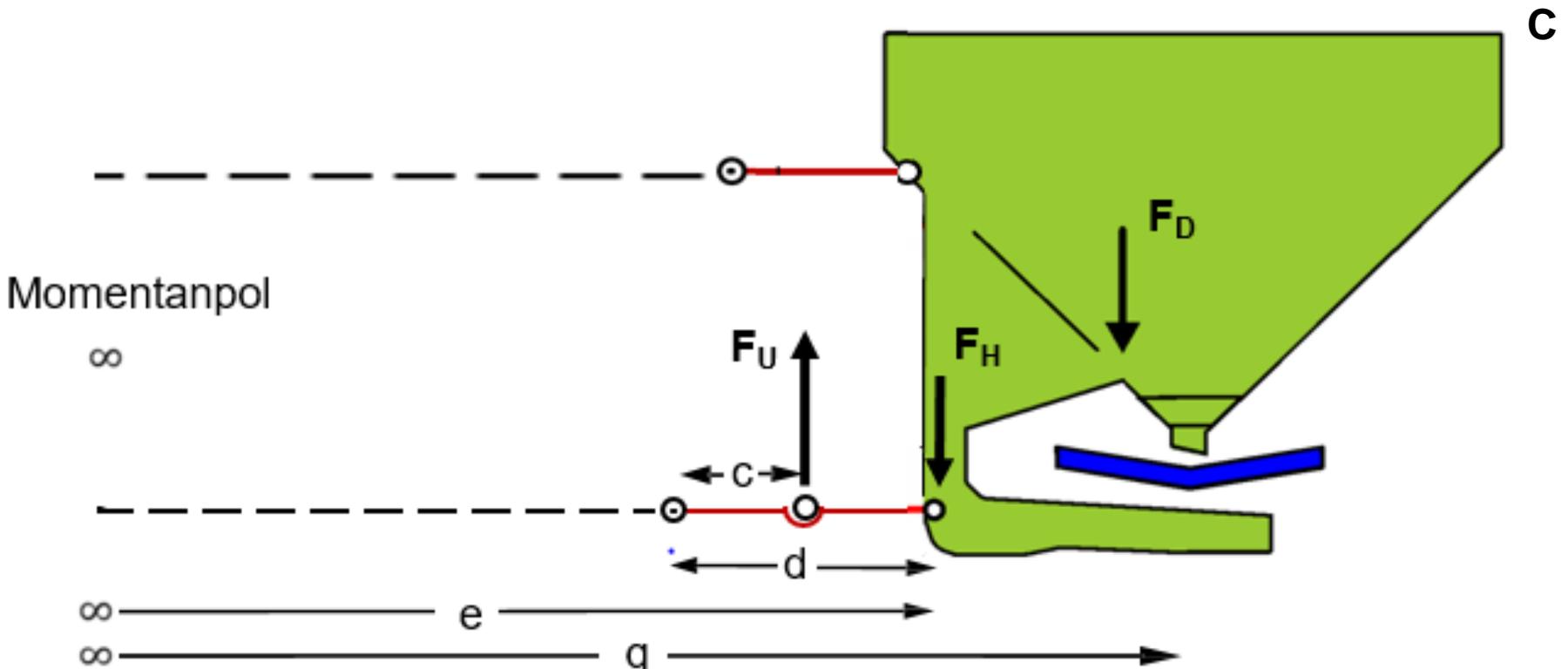
$e =$

$F_D = 20 \text{ N}$

$g =$

$d = 50 \text{ cm}$

$c = 25 \text{ cm}$



# Kräfte bei angebauter Dreipunktmaschine III

## Aufgabe (Modellbetrachtung)

gemessen:

gegeben:

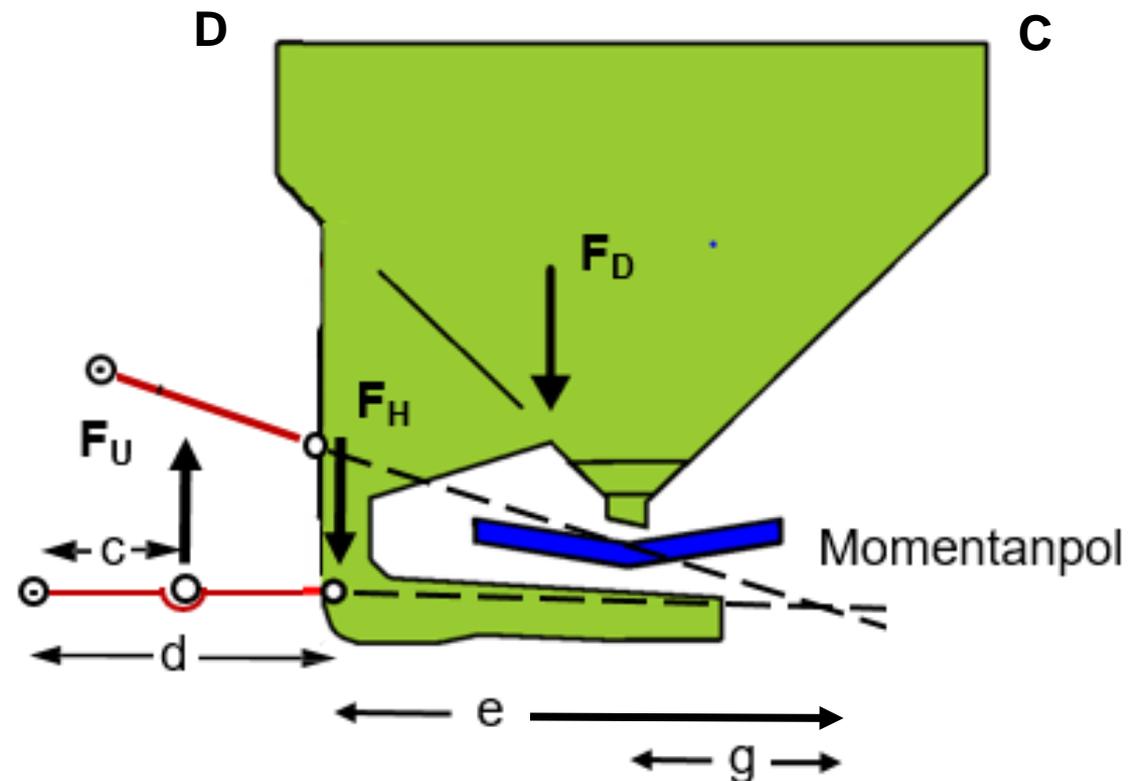
$e =$

$F_D = 20 \text{ N}$

$g =$

$d = 50 \text{ cm}$

$c = 25 \text{ cm}$



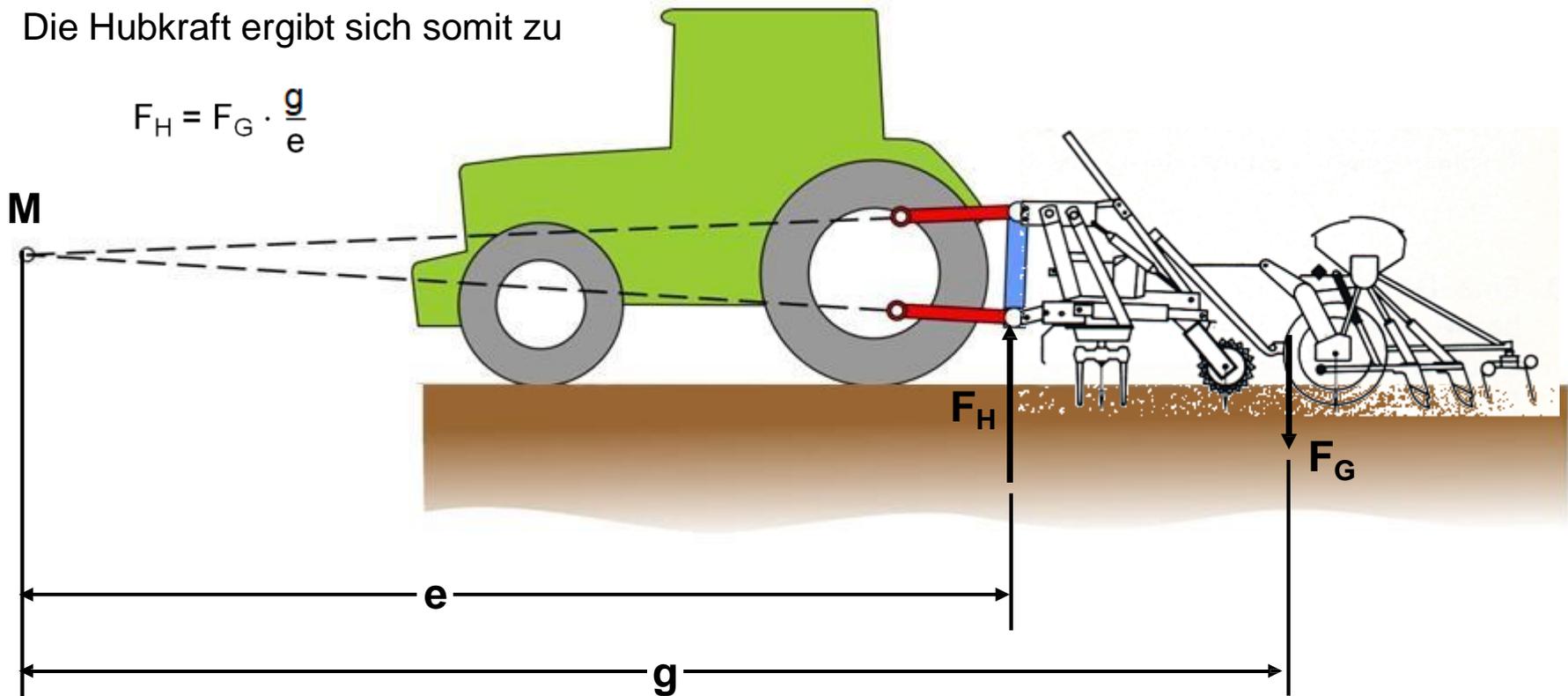
# Aushubkräfte

Gleichung für Drehmomente  
bezogen auf den Momentanpol

$$F_H \cdot e = F_G \cdot g$$

Die Hubkraft ergibt sich somit zu

$$F_H = F_G \cdot \frac{g}{e}$$



# Aushubkräfte

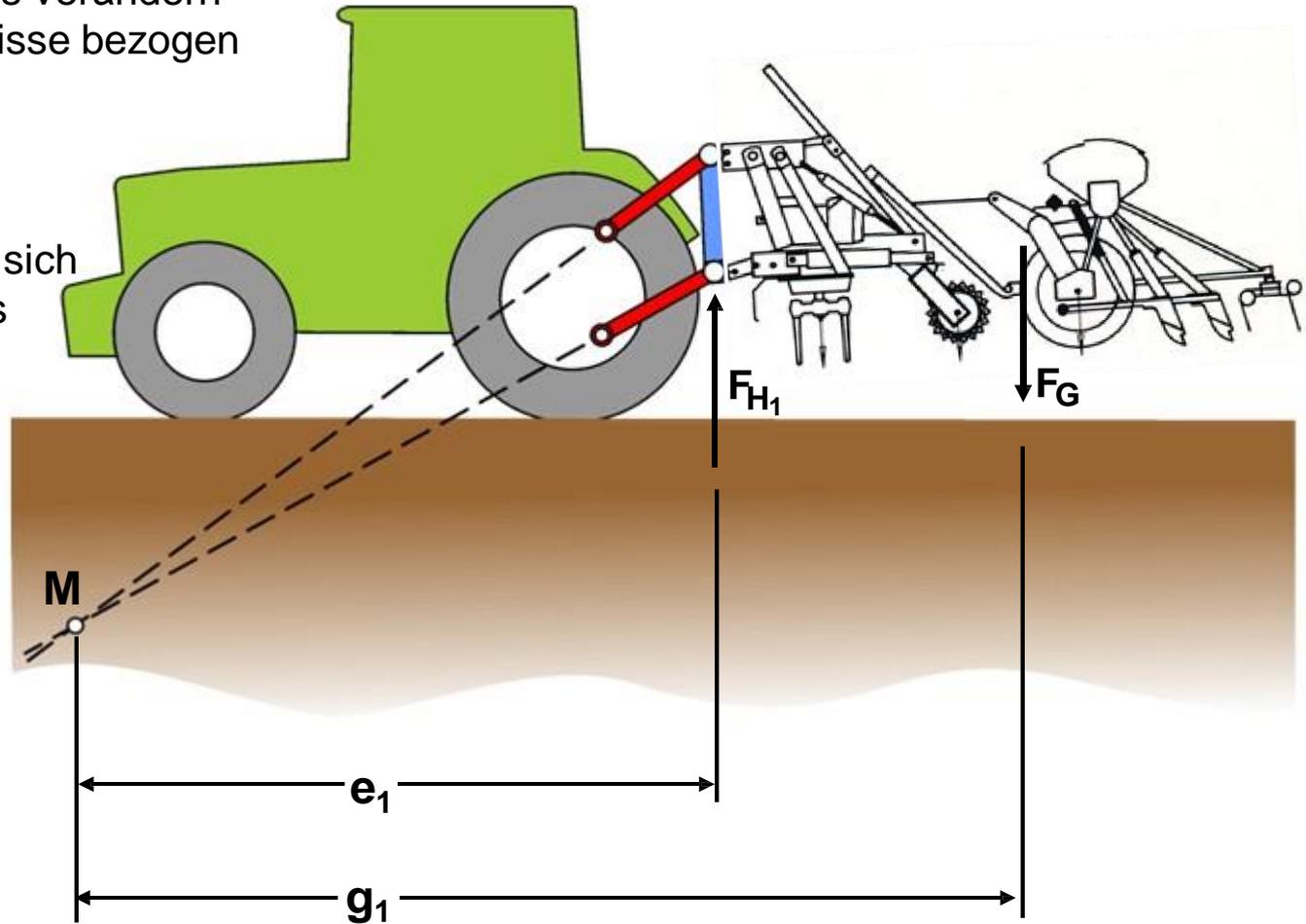
$$F_{H_1} = F_G \cdot \frac{g_1}{e_1}$$

Während des Aushebens verändern sich die Längenverhältnisse bezogen auf dem Momentanpol

$$\frac{g_1}{e_1} > \frac{g}{e}$$

Die Hubkraft vergrößert sich während des Aushebens

$$F_{H_1} > F_H$$



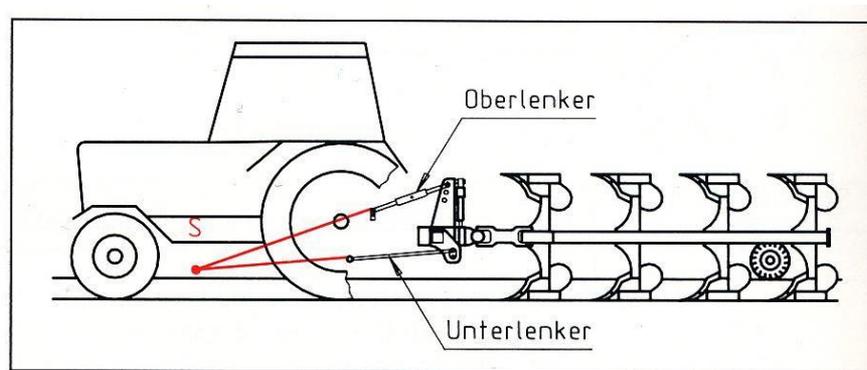
# Einstellungen am Pflug

Pflüge müssen an der Dreipunkt hydraulik so angebaut werden, dass

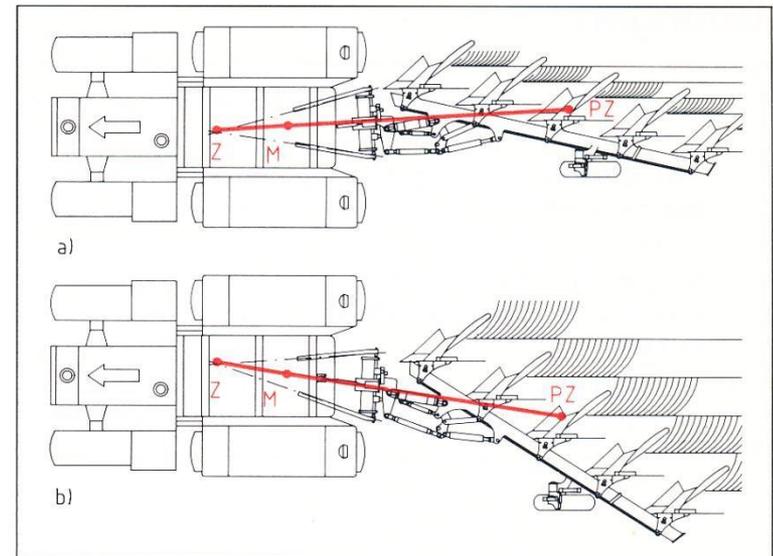
- die Pflugschare sich selbst einziehen, das Stützrad aber nur wenig belastet wird
- keine Querkräfte auftreten, die durch Lenkeinschlag ausgeglichen werden müssen.

Zwei Momentanpole kommen dabei zur Wirkung.

## 1. Ideeller Führungspunkt

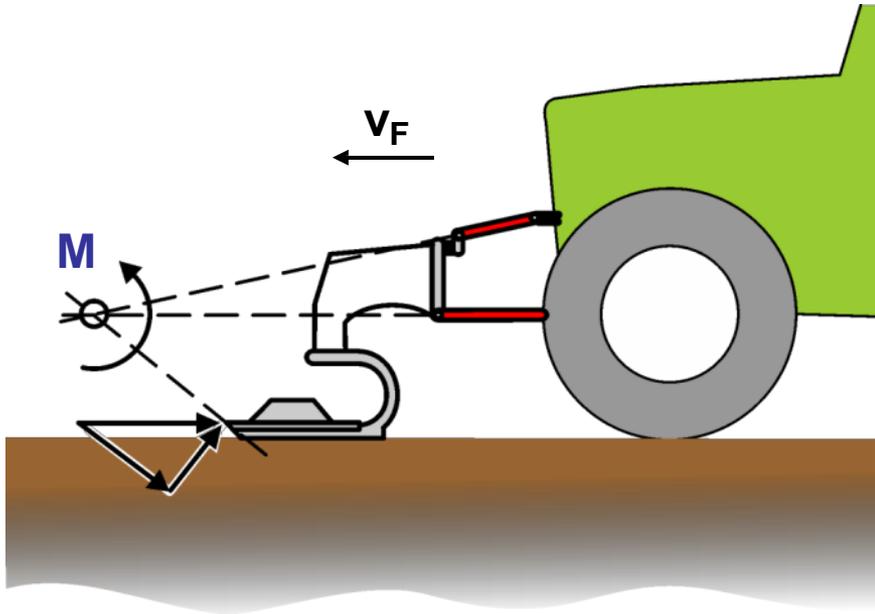


## 2. Ideeller Zugpunkt

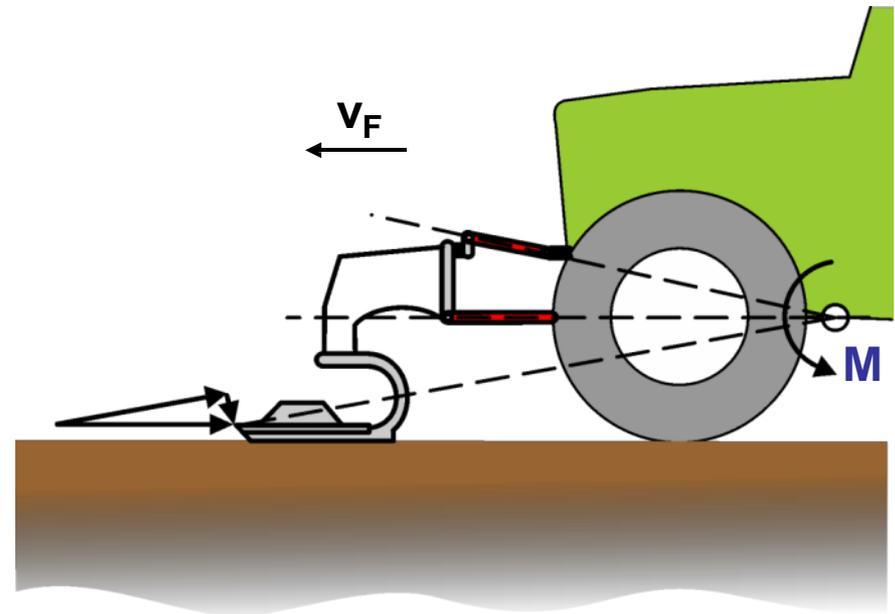


Stufenlose Arbeitsbreitenverstellung

# Kräfte am Mähwerk

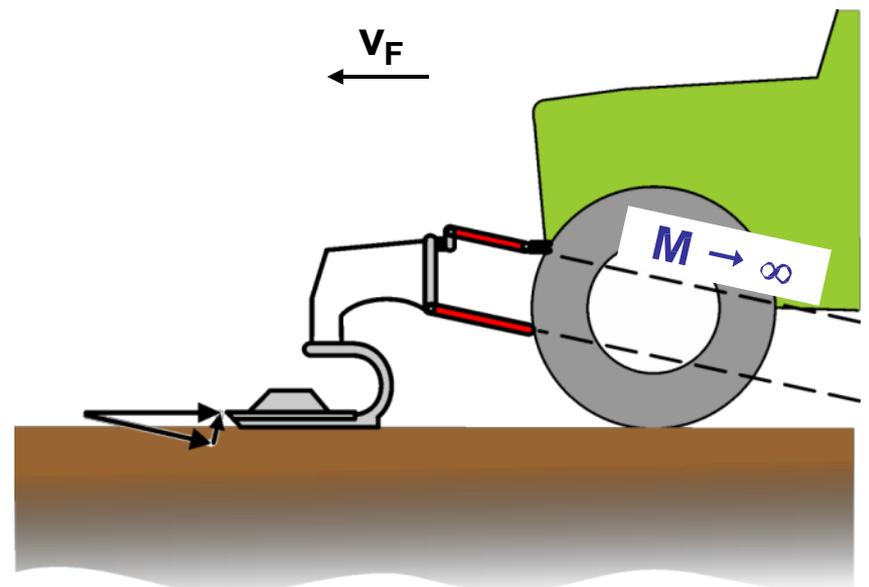
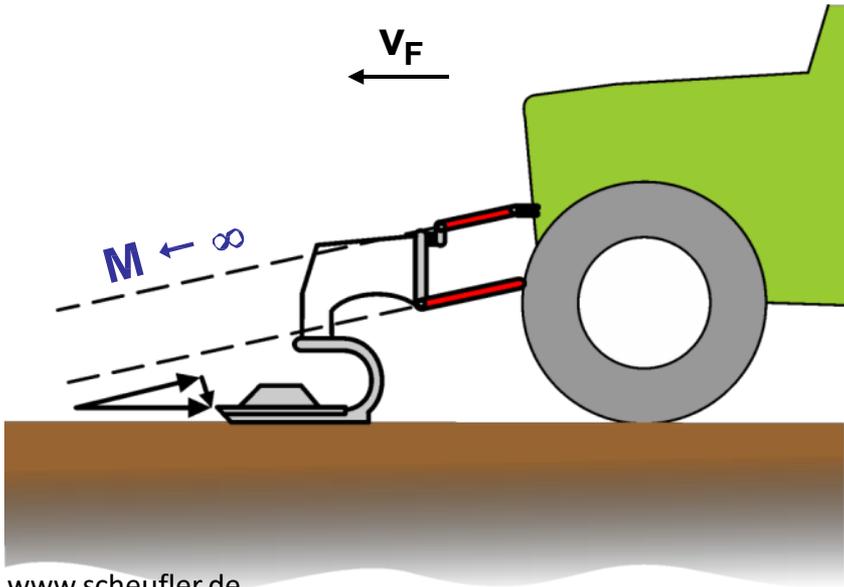
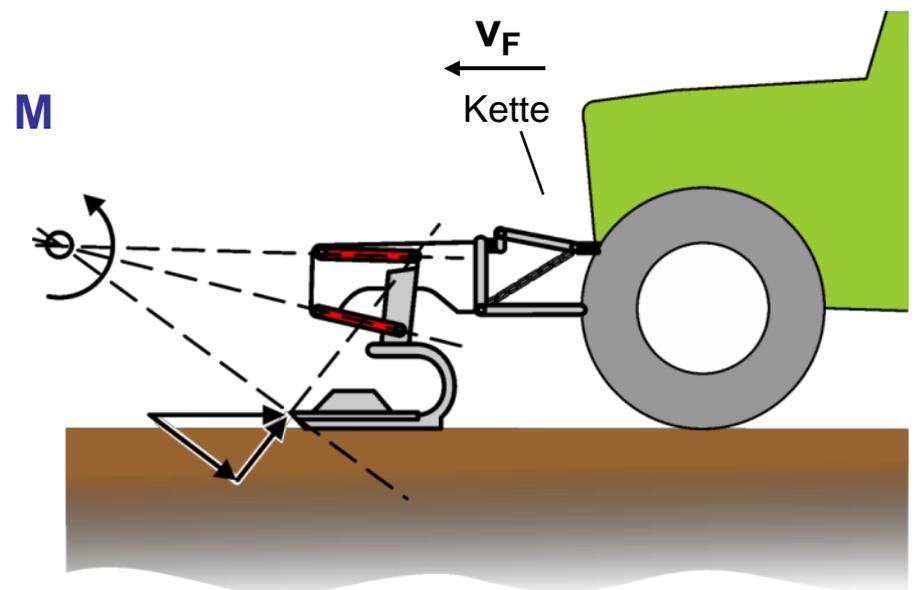
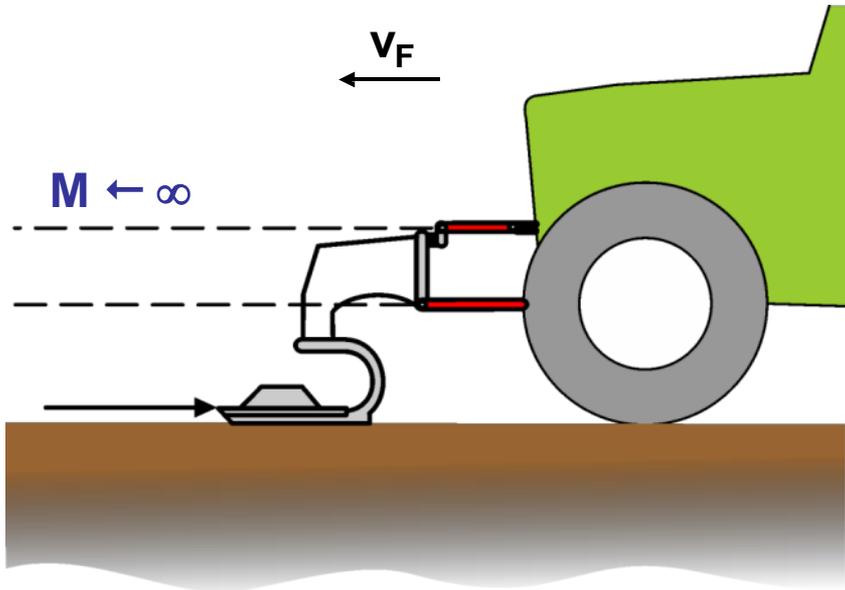


Beim Auftreffen auf ein Hindernis wird das Mähwerk angehoben.  
Durch die Schubkräfte wird das Mähwerk entlastet.  
Es entsteht ein unruhiger Lauf.

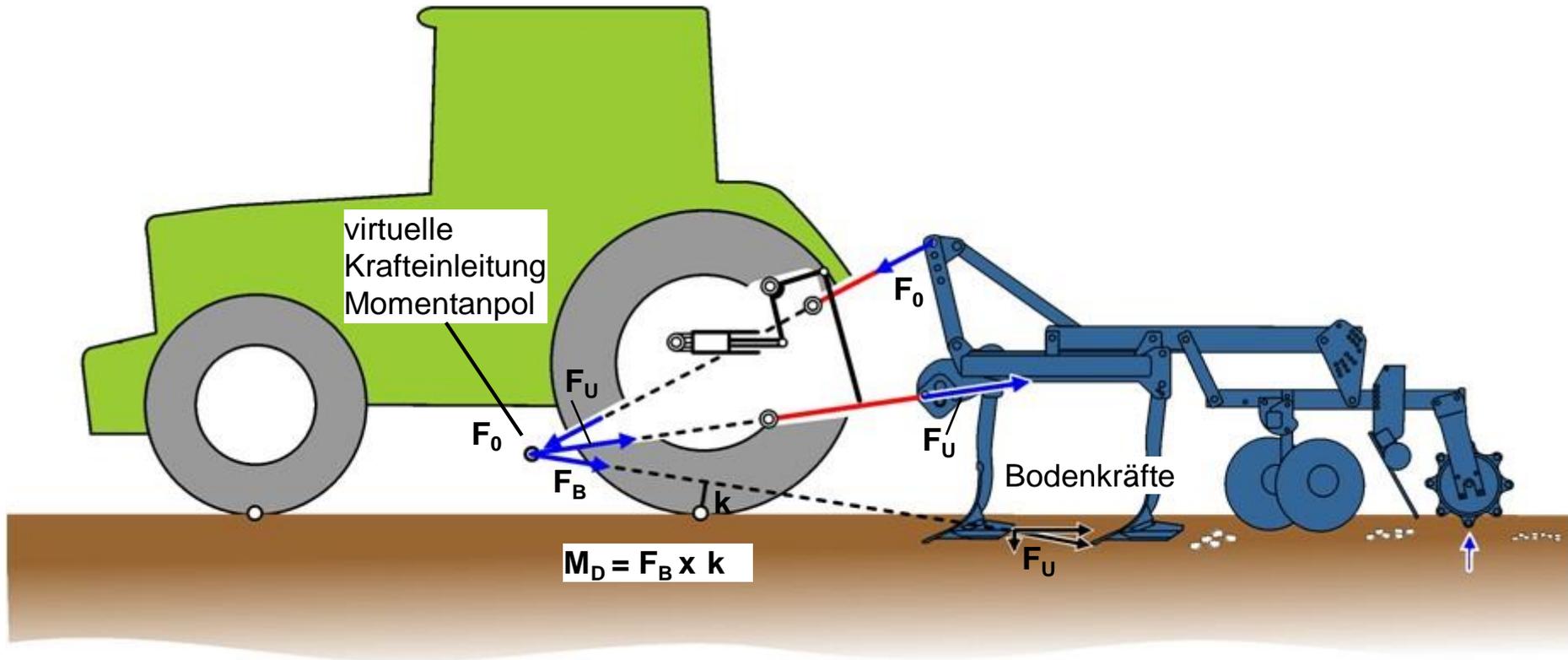


Beim Auftreffen auf ein Hindernis wird das Mähwerk nach unten gedrückt.  
Durch die Schubkraft wird das Mähwerk auf den Boden gedrückt.  
Es erhöhen sich die Reibkräfte.

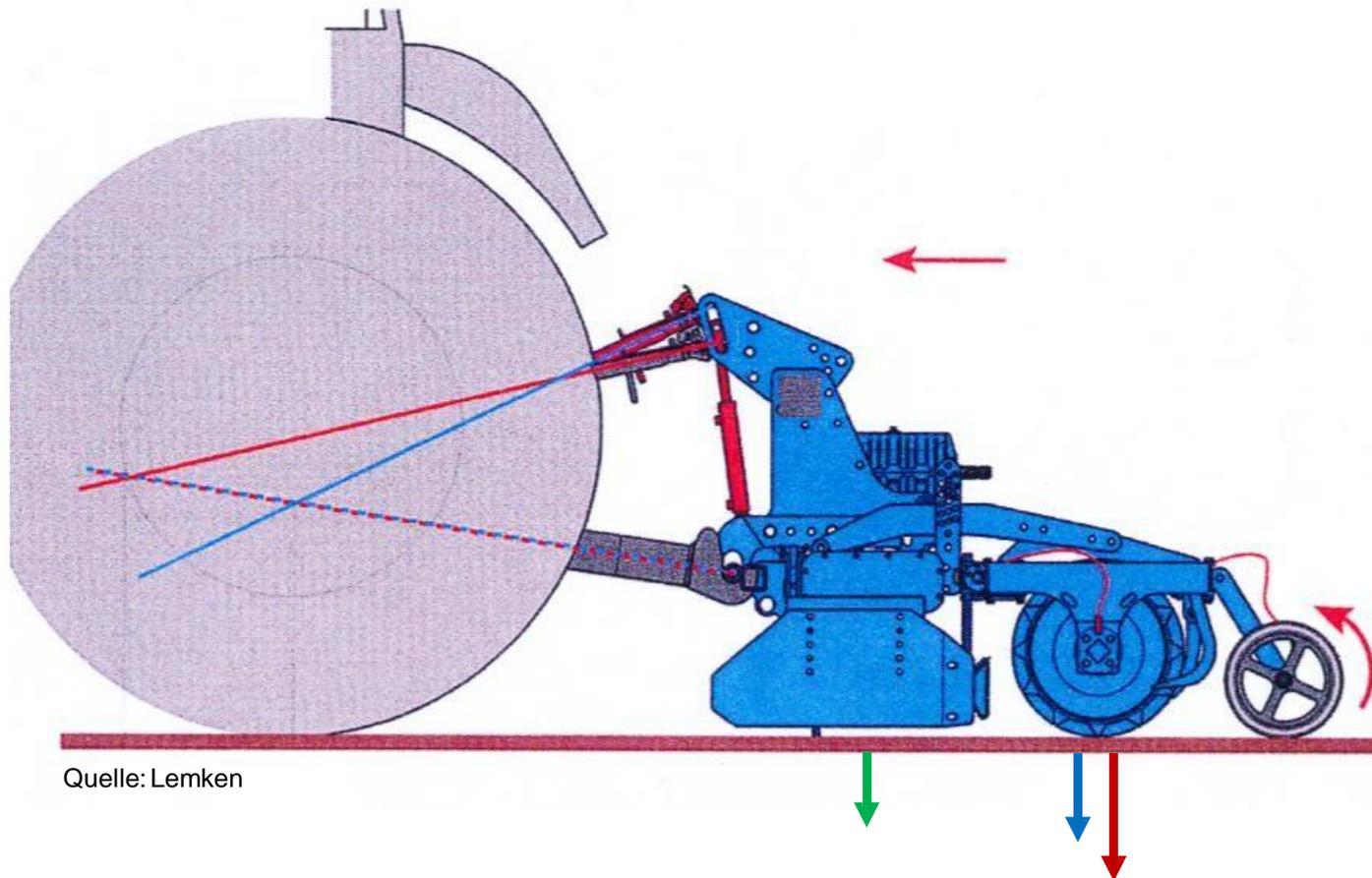
# Kräfte am Mähwerk



# Übertragene Kräfte beim angebauten Scheibengrubber



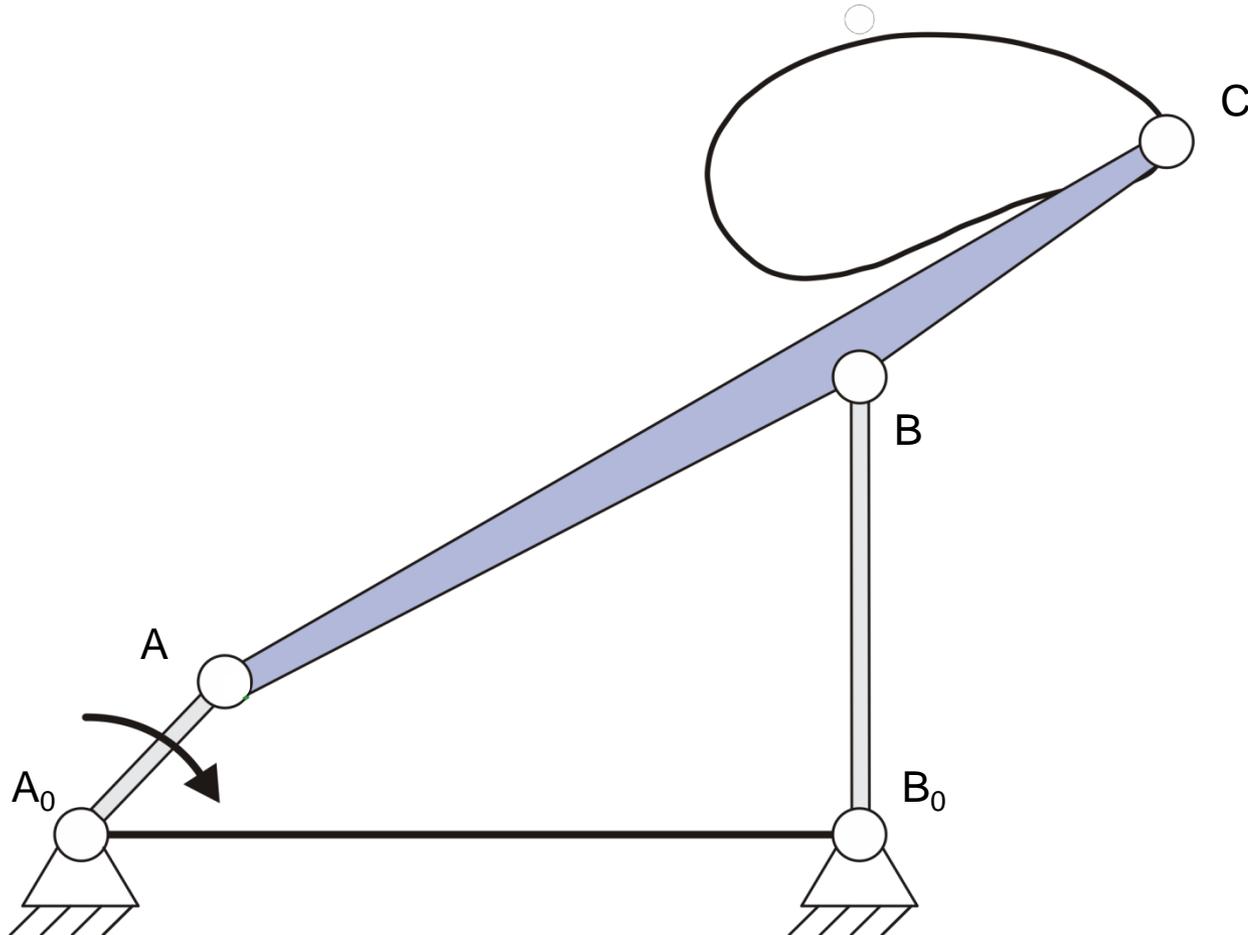
# Optimieren der Verdichtungsdrücke durch Verändern des Momentanpols



Quelle: Lemken

# Viergelenkgetriebe - Aufgabe

In Hochdruckprozessen werden Viergelenkgetriebe eingesetzt, um das Halmgut zu transportieren. Die Skizze zeigt vereinfacht ein solches Getriebe. Zeichnen Sie für diesen Bewegungszustand den Momentanpol ein.



# Viergelenkgetriebe - Aufgabe

Der Punkt C der Koppel hat zu diesem Zeitpunkt eine Geschwindigkeit von  $v_c = 1,5 \text{ m/s}$ . Tragen Sie diese Geschwindigkeit ein.

Maßstab:  $1 \text{ m/s} \triangleq 1 \text{ cm}$

Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit an der Kurbel?

---

$v_u =$              $\text{m/s}$

Mit welcher Drehzahl wird die Kurbel angetrieben?

Die Länge der Kurbel beträgt  $r = 0,25\text{m}$

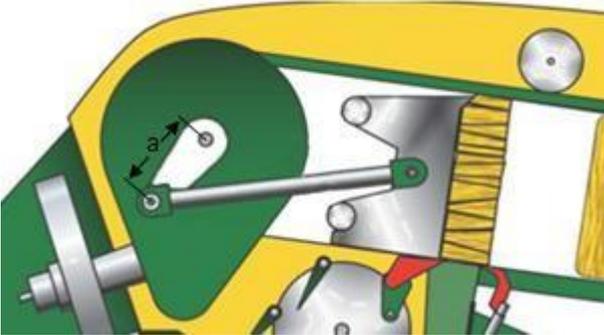
---

---

---

$n =$              $1/\text{min}$

# Schubkurbelgetriebe – Aufgabe



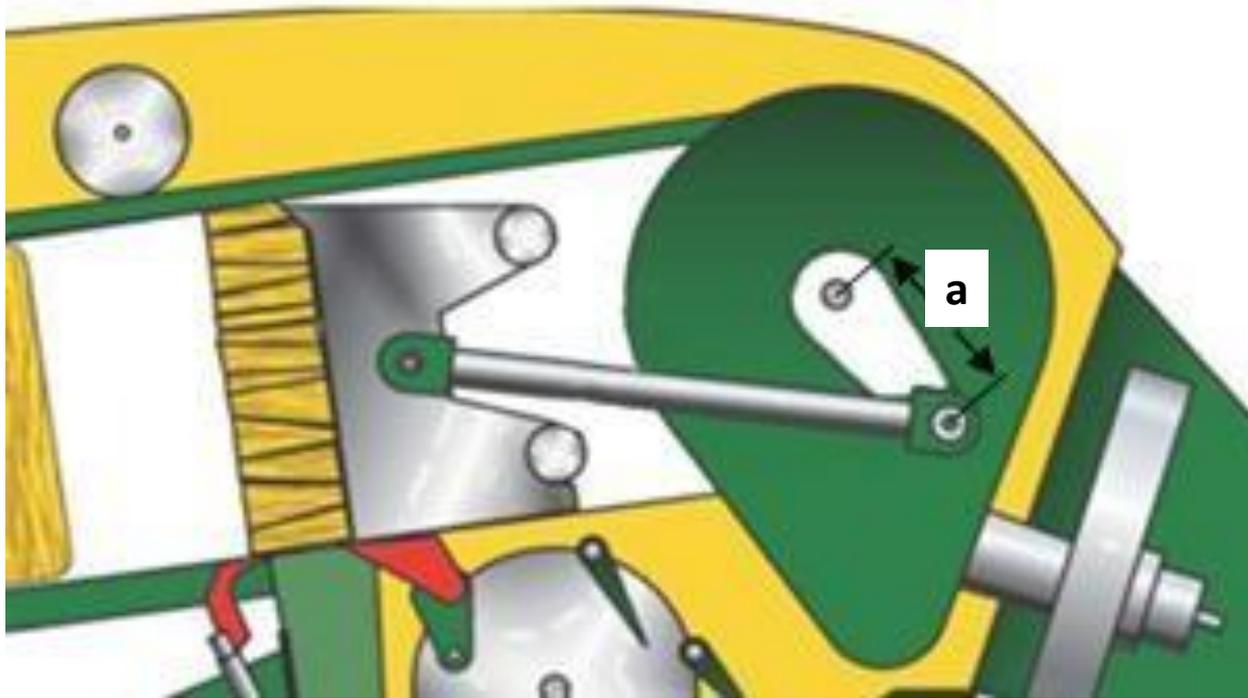
1. Zeichnen Sie für diesen Zustand den Momentanpol ein.
2. Wie groß ist die auf den Kolben wirkende Presskraft  $F_p$ ?  
Der Pressdruck beträgt in der momentanen Situation  $p_D = 50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$   
Die Kolbenfläche hat die Maße  $b = 1,2 \text{ m}$  und  $h = 0,92 \text{ m}$

---

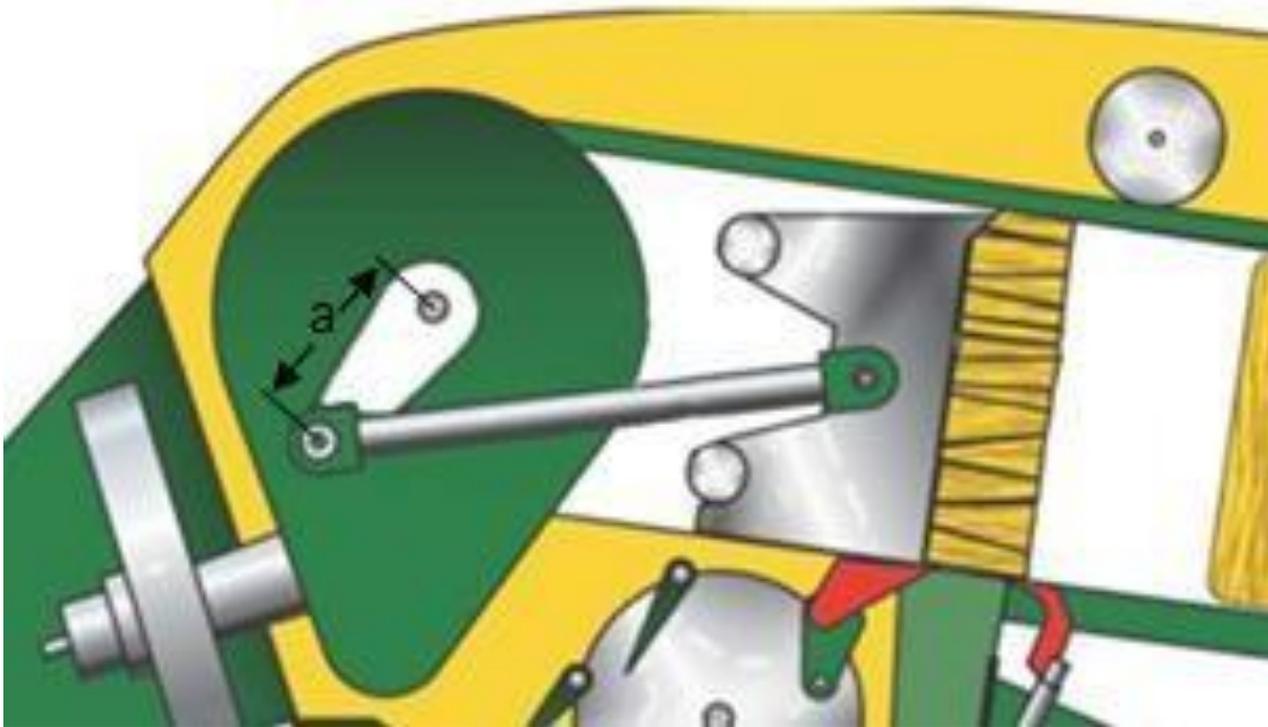
---

$F_p =$		kN
---------	--	----

# Schubkurbelgetriebe – Aufgabe



# Schubkurbelgetriebe – Aufgabe



# Schubkurbelgetriebe – Aufgabe

3. Die Kolbengeschwindigkeit in dem dargestellten Zustand beträgt  $v_k = 1,5 \text{ m/s}$ . Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit  $v_n$  an der Antriebskurbel?

---

$v_n =$	$\text{m/s}$
---------	--------------

4. Wie groß ist die augenblickliche Pressleistung  $P_p$ ?

---

$P_p =$	$\text{kW}$
---------	-------------

5. Wie groß ist die Antriebsleistung an der Antriebskurbel?  
Der Wirkungsgrad des Gelenkgetriebes beträgt  $\eta = 0,8$

---

$P_A =$	$\text{kW}$
---------	-------------

# Schubkurbelgetriebe – Aufgabe

6. Wie groß ist die Drehzahl der Antriebskurbel?  
Der Radius der Kurbel beträgt  $a = 0,375$  cm.

\_\_\_\_\_  $n =$  \_\_\_\_\_  $1/\text{min}$

7. Wie groß ist das Antriebsmoment  $M_A$  an der Antriebskurbel?

\_\_\_\_\_  $M_A =$  \_\_\_\_\_  $\text{kNm}$

8. Wie groß ist die rechtwinklig wirkende Kraft  $F_A$  an der Antriebskurbel?

\_\_\_\_\_  $F_A =$  \_\_\_\_\_  $\text{kN}$

9. Wie groß ist die in Richtung der Kolbenstange wirkende Kraft  $F_K$  ?  
Zeichnerische Lösung  
Maßstab  $5 \text{ kN} = 1 \text{ cm}$

\_\_\_\_\_  $F_K =$  \_\_\_\_\_  $\text{kN}$

