

8.2 Kräfte und Spannungen - Aufgaben

Versuch 5

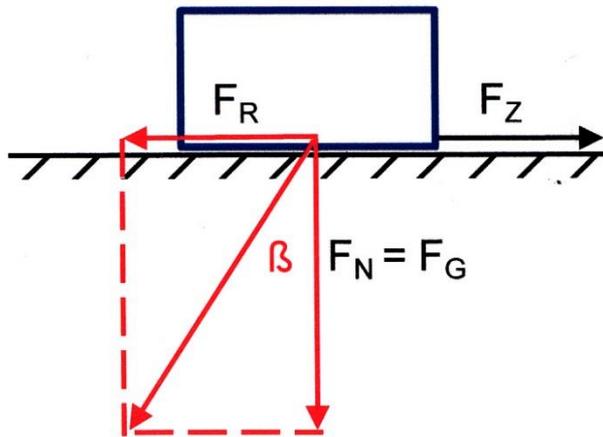
Reibungsgesetz von Coulomb

W. im Vergleich
mit Versuch 6

Reibkräfte sind den bewegenden Kräften entgegen gerichtet. Sie wirken immer parallel zur Kontaktfläche.

Die Reibkraft ist bei gleichem Gewicht von der Größe der berührenden Oberfläche unabhängig. Sie hängt nur von der Beschaffenheit der berührenden Fläche ab. Es gilt das Coulombsche Reibungsgesetz

$$F_R = \mu_0 \cdot F_N$$



Messwerte: $F_N = 3,3 \text{ N}$

$F_R = 1,3 \text{ N}$

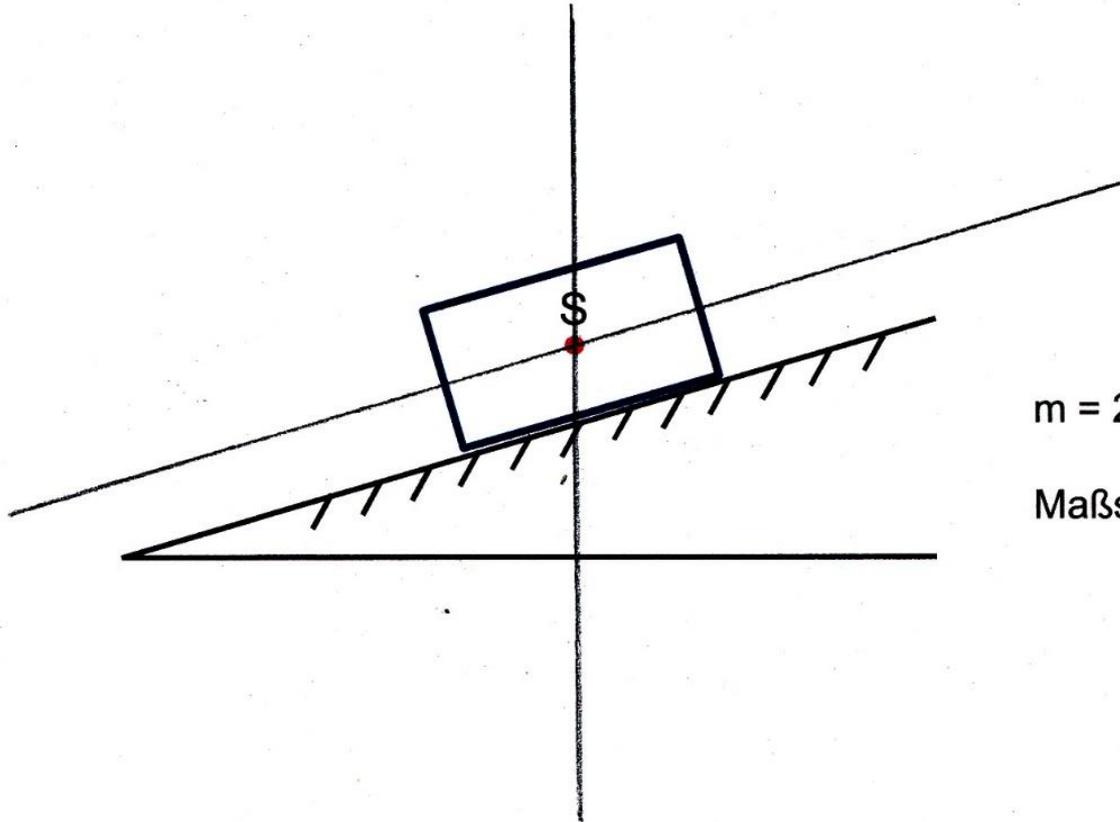
F_R	Reibkraft	N
F_N	Normalkraft	N
F_Z	Zugkraft	N
F_G	Gewichtskraft	N
β	Reibungswinkel	
μ	Reibungskoeffizient Gleitreibung	
μ_0	Reibungskoeffizient Haftreibung	

$$\mu = \tan \beta = \frac{F_R}{F_N} \quad \text{Reibungskoeffizient}$$

$$\mu = \tan \beta = \frac{F_R}{F_N} = \frac{1,3}{3,3} = 0,3939$$

$\Rightarrow \beta = 21,5^\circ$ der Körper beginnt zu rutschen

Zerlegung von Kräften



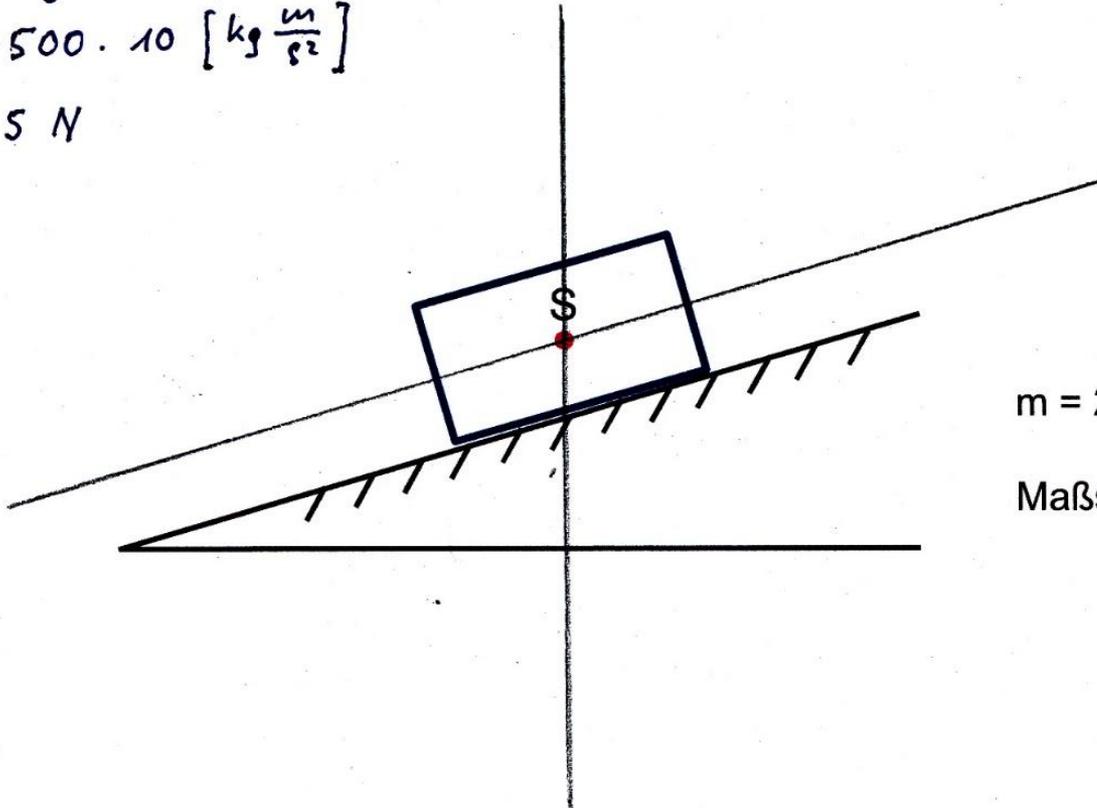
$m = 2500 \text{ kg}$

Maßstab $10 \text{ kN} = 2 \text{ cm}$

Zerlegung von Kräften

$$g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{aligned} F_G &= m \cdot g \\ &= 2500 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ &= 25 \text{ N} \end{aligned}$$



$$m = 2500 \text{ kg}$$

$$\text{Maßstab } 10 \text{ kN} = 2 \text{ cm}$$

Kräfte und Spannungen

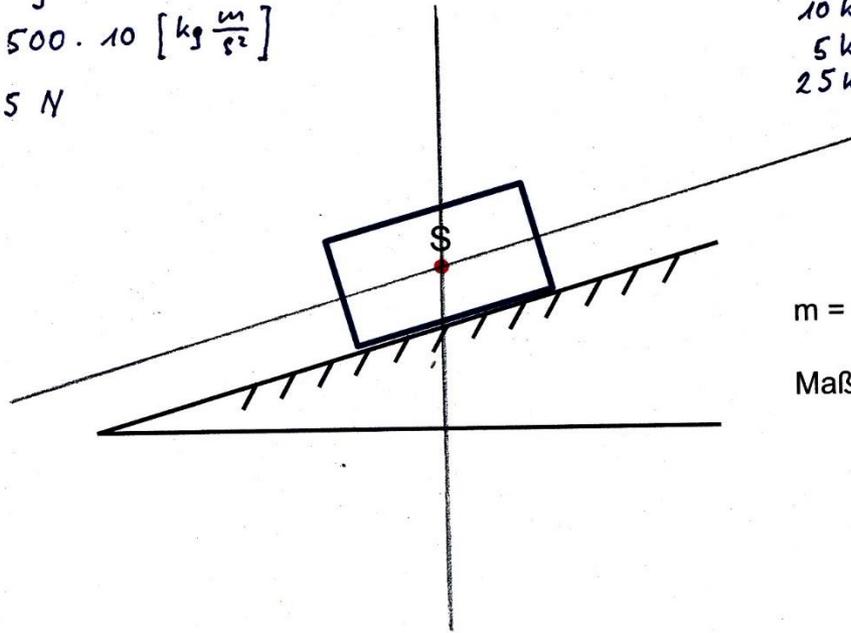
Zerlegung von Kräften

$$g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{aligned} F_G &= m \cdot g \\ &= 2500 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ &= 25 \text{ N} \end{aligned}$$

Maßstab

$$\begin{aligned} 10 \text{ kN} &\hat{=} 2 \text{ cm} \\ 5 \text{ kN} &\hat{=} 1 \text{ cm} \\ 25 \text{ kN} &\hat{=} 5 \text{ cm} \end{aligned}$$



$$m = 2500 \text{ kg}$$

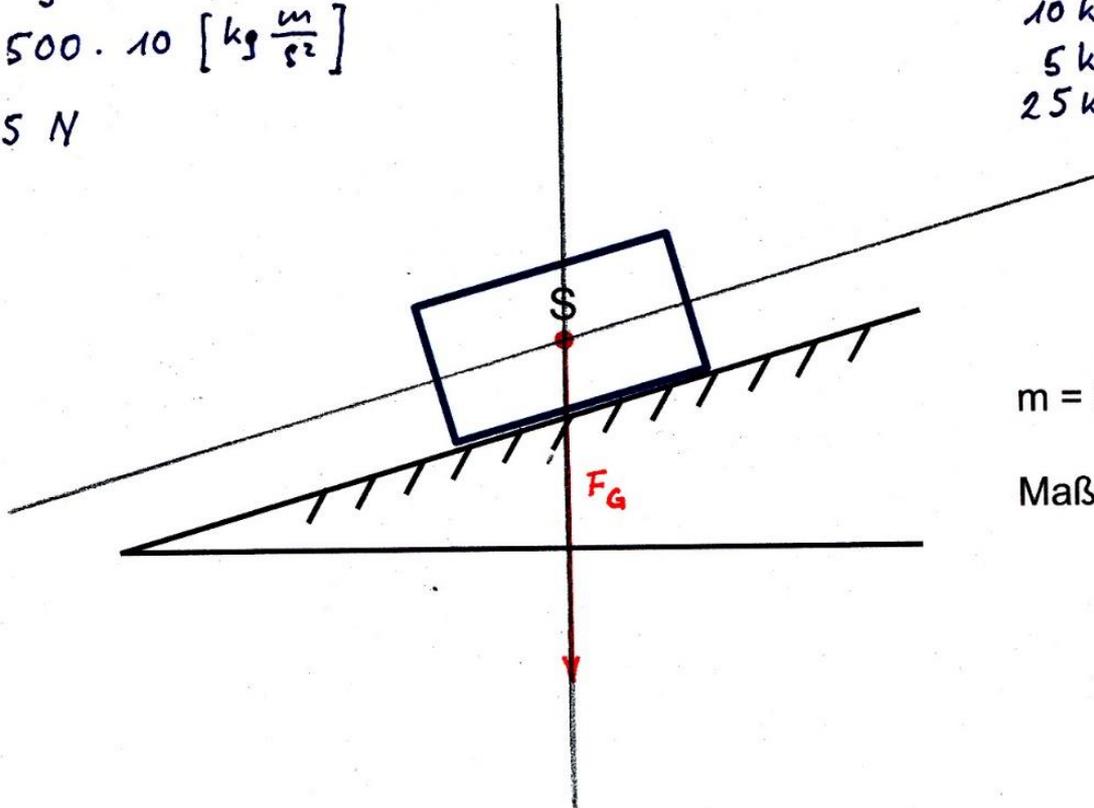
$$\text{Maßstab } 10 \text{ kN} = 2 \text{ cm}$$

Zerlegung von Kräften

$$g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{aligned} F_G &= m \cdot g \\ &= 2500 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ &= 25 \text{ N} \end{aligned}$$

Maßstab
 $10 \text{ kN} \hat{=} 2 \text{ cm}$
 $5 \text{ kN} \hat{=} 1 \text{ cm}$
 $25 \text{ kN} \hat{=} 5 \text{ cm}$



$$m = 2500 \text{ kg}$$

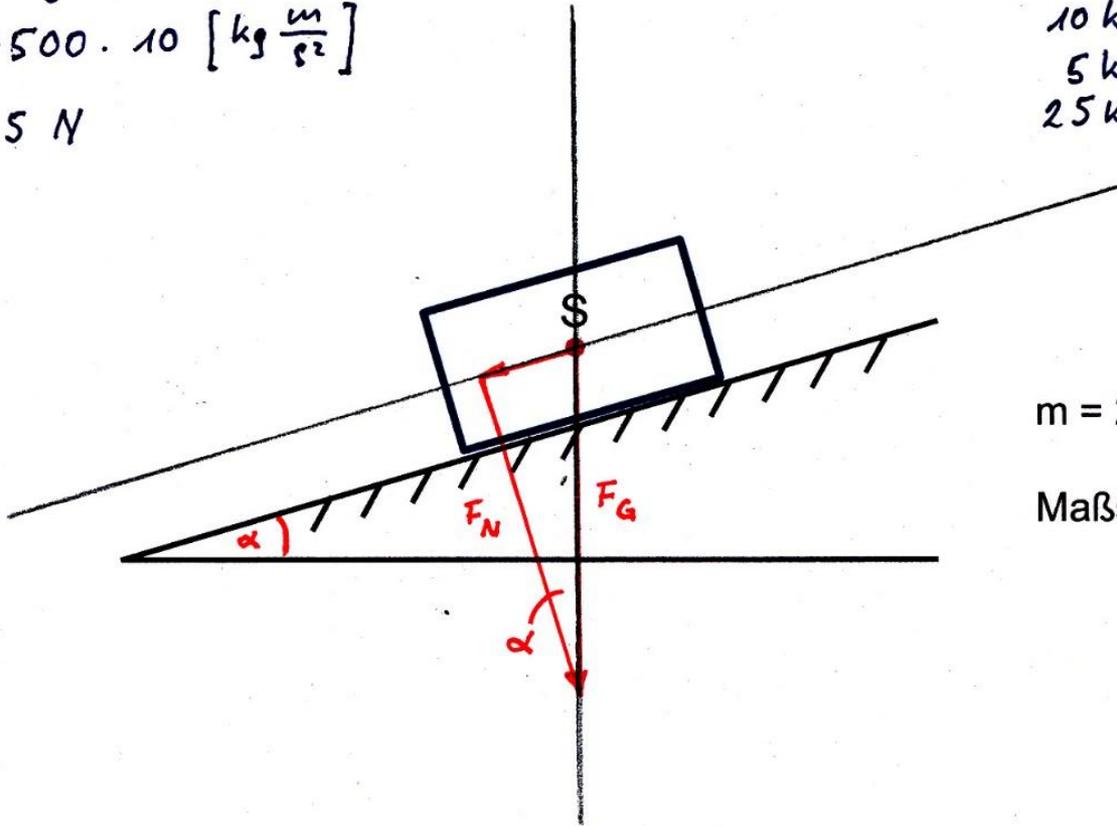
$$\text{Maßstab } 10 \text{ kN} = 2 \text{ cm}$$

Zerlegung von Kräften

$$g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{aligned} F_G &= m \cdot g \\ &= 2500 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ &= 25 \text{ N} \end{aligned}$$

Maßstab
 $10 \text{ kN} \hat{=} 2 \text{ cm}$
 $5 \text{ kN} \hat{=} 1 \text{ cm}$
 $25 \text{ kN} \hat{=} 5 \text{ cm}$



$$m = 2500 \text{ kg}$$

$$\text{Maßstab } 10 \text{ kN} = 2 \text{ cm}$$

Zerlegung von Kräften

$$g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

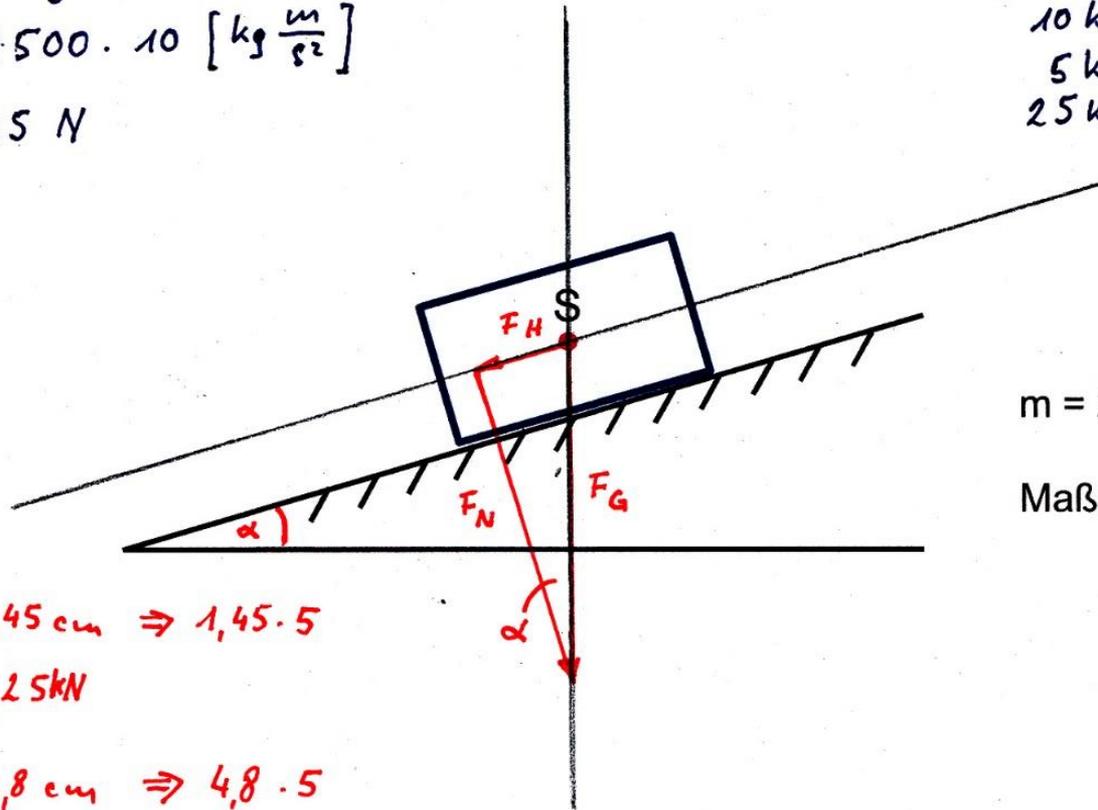
$$\begin{aligned} F_G &= m \cdot g \\ &= 2500 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ &= 25 \text{ N} \end{aligned}$$

Maßstab

$$10 \text{ kN} \hat{=} 2 \text{ cm}$$

$$5 \text{ kN} \hat{=} 1 \text{ cm}$$

$$25 \text{ kN} \hat{=} 5 \text{ cm}$$



$$m = 2500 \text{ kg}$$

$$\text{Maßstab } 10 \text{ kN} = 2 \text{ cm}$$

$$F_H \hat{=} 1,45 \text{ cm} \Rightarrow 1,45 \cdot 5$$

$$F_H = 7,25 \text{ kN}$$

$$F_N \hat{=} 4,8 \text{ cm} \Rightarrow 4,8 \cdot 5$$

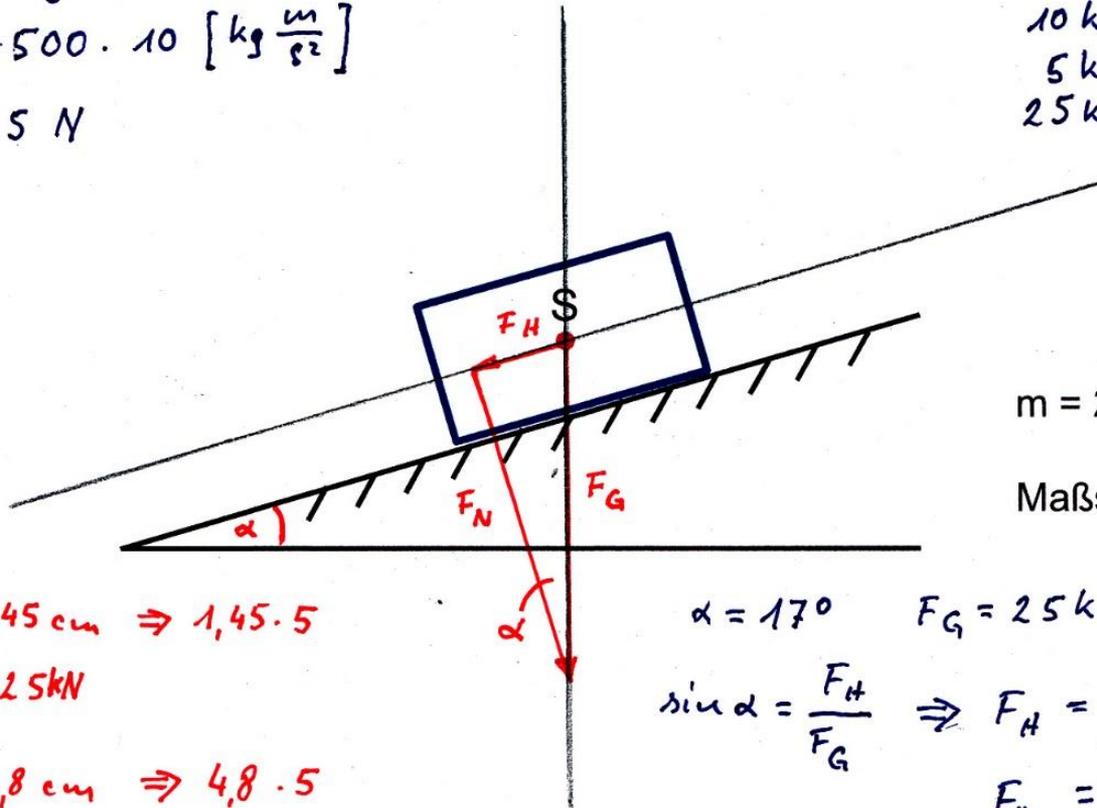
$$F_N = 24 \text{ kN}$$

Zerlegung von Kräften

$$g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{aligned} F_G &= m \cdot g \\ &= 2500 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \\ &= 25 \text{ kN} \end{aligned}$$

Maßstab
 $10 \text{ kN} \hat{=} 2 \text{ cm}$
 $5 \text{ kN} \hat{=} 1 \text{ cm}$
 $25 \text{ kN} \hat{=} 5 \text{ cm}$



$$m = 2500 \text{ kg}$$

$$\text{Maßstab } 10 \text{ kN} = 2 \text{ cm}$$

$$F_H \hat{=} 1,45 \text{ cm} \Rightarrow 1,45 \cdot 5$$

$$F_H = 7,25 \text{ kN}$$

$$F_N \hat{=} 4,8 \text{ cm} \Rightarrow 4,8 \cdot 5$$

$$F_N = 24 \text{ kN}$$

$$\alpha = 17^\circ \quad F_G = 25 \text{ kN}$$

$$\sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} \Rightarrow F_H = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$F_H = 7,25 \text{ kN}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} \Rightarrow F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

$$F_N = 24 \text{ kN}$$

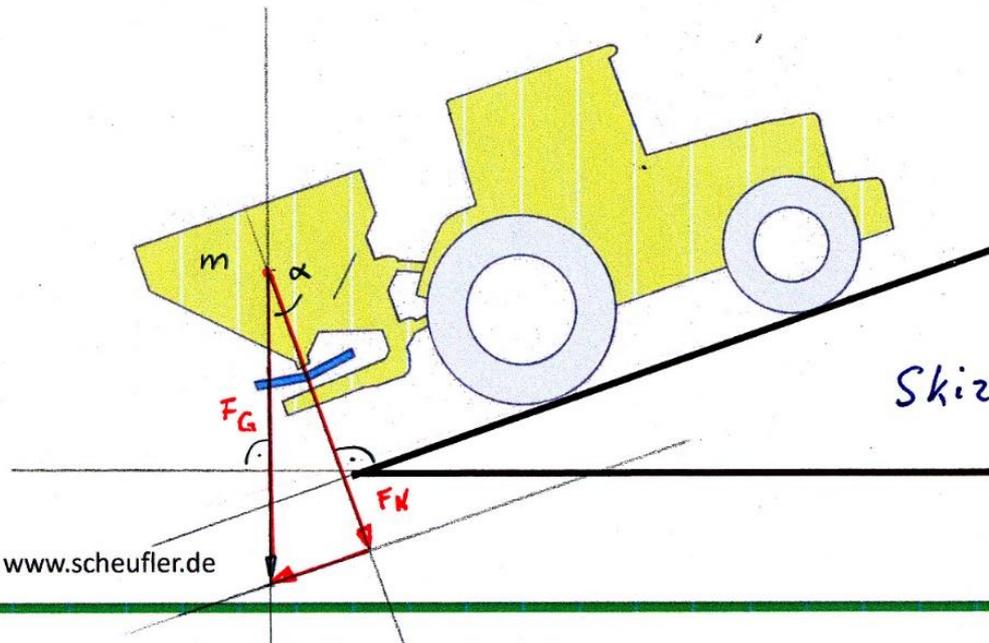
Schiefe Ebene – Aufgabe

Mineraldüngerstreuer sind häufig mit Wiegevorrichtungen ausgerüstet, damit die gewünschte Ausbringmenge exakt eingehalten wird. Diese Wiegevorrichtungen können nur senkrecht zum Streuer gerichtete Kräfte aufnehmen. Beim Streuen in Hanglage treten deshalb Messfehler auf. Diese lassen sich ausgleichen, wenn ein Neigungssensor integriert ist.

Der auf dem Bild dargestellte Traktor mit einem Düngerstreuer fährt hangaufwärts. Es gelten die folgenden Angaben:

Steigung 15%

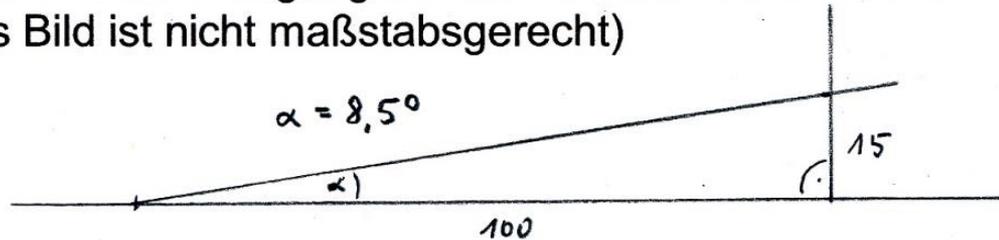
Füllgewicht $m = 1500 \text{ kg}$



Skizze Kraftverlegung

Schiefe Ebene – Aufgabe

Bestimme den Neigungswinkel α zeichnerisch und rechnerisch
(Das Bild ist nicht maßstabsgerecht)



$\alpha =$ °

Wie groß ist die Gewichtskraft F_G ?

Wie groß ist die von der Wiegevorrichtung gemessene Gewichtskraft F_M ?
zeichnerische und rechnerische Lösung

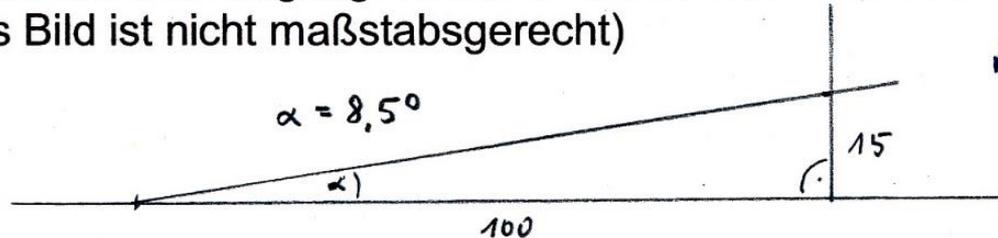
Maßstab 10 kN = 3 cm

$F_G =$ kN

$F_M =$ kN

Schiefe Ebene – Aufgabe

Bestimme den Neigungswinkel α zeichnerisch und rechnerisch
(Das Bild ist nicht maßstabsgerecht)



$$\tan \alpha = \frac{15}{100} = 0,15$$
$$\alpha = \tan^{-1} 0,15 = 8,5^\circ$$

$\alpha =$ $^\circ$

Wie groß ist die Gewichtskraft F_G ?

Wie groß ist die von der Wiegevorrichtung gemessene Gewichtskraft F_M ?

zeichnerische und rechnerische Lösung

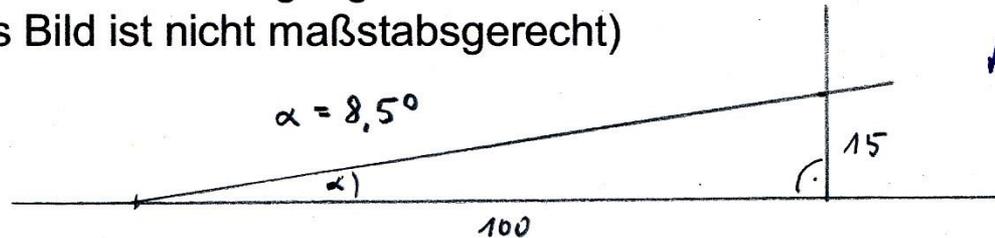
Maßstab 10 kN = 3 cm

$F_G =$ kN

$F_M =$ kN

Schiefe Ebene – Aufgabe

Bestimme den Neigungswinkel α zeichnerisch und rechnerisch
(Das Bild ist nicht maßstabsgerecht)



$$\tan \alpha = \frac{15}{100} = 0,15$$
$$\alpha = \tan^{-1} 0,15 = 8,5^\circ$$

$\alpha =$

Wie groß ist die Gewichtskraft F_G ?

Wie groß ist die von der Wiegevorrichtung gemessene Gewichtskraft F_M ?
zeichnerische und rechnerische Lösung

Maßstab 10 kN = 3 cm

$$F_G = m \cdot g = 1500 \cdot 9,81 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right] = 14715 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} \Rightarrow F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 14,7 \cdot \cos 8,5 \text{ kN}$$

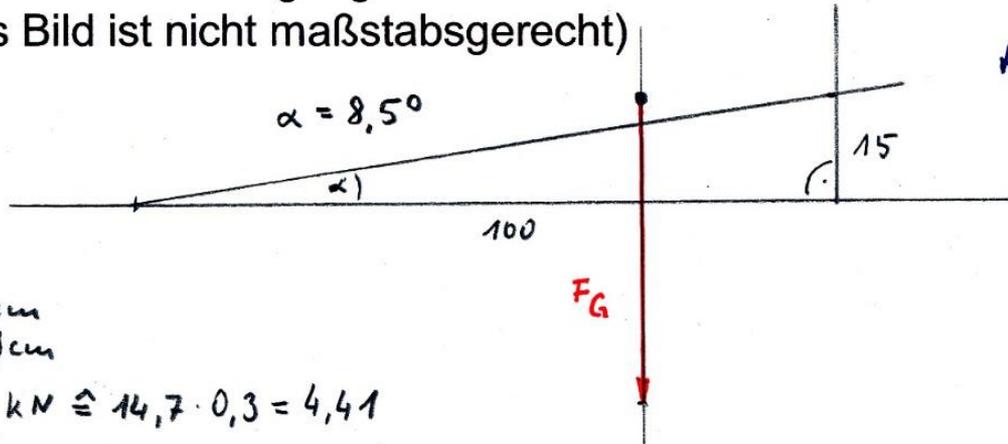
*Wert für zeichn.
Lösung*

$$F_G = 14,7 \text{ kN}$$

$$F_M = 14,5 \text{ kN}$$

Schiefe Ebene – Aufgabe

Bestimme den Neigungswinkel α zeichnerisch und rechnerisch
(Das Bild ist nicht maßstabsgerecht)



$$\tan \alpha = \frac{15}{100} = 0,15$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0,15 = 8,5^\circ$$

Maßstab

$$10 \text{ kN} \hat{=} 3 \text{ cm}$$

$$1 \text{ kN} \hat{=} 0,3 \text{ cm}$$

$$F_G = 14,7 \text{ kN} \hat{=} 14,7 \cdot 0,3 = 4,41$$

$$\alpha = 8,5^\circ$$

Wie groß ist die Gewichtskraft F_G ?

Wie groß ist die von der Wiegevorrichtung gemessene Gewichtskraft F_M ?

Maßstab $10 \text{ kN} = 3 \text{ cm}$

$$F_G = m \cdot g = 1500 \cdot 9,81 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right] = 14715 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} \Rightarrow F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 14,7 \cdot \cos 8,5 \text{ kN}$$

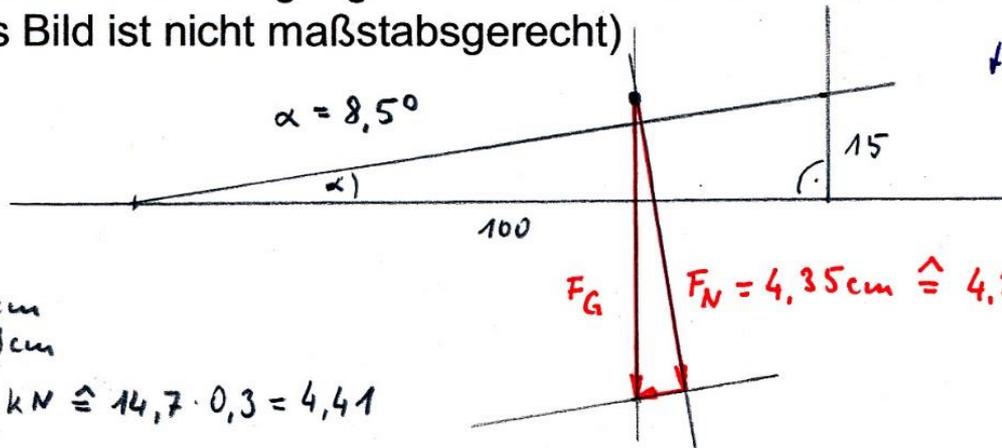
Wert für zeichn.
Lösung

$$F_G = 14,7 \text{ kN}$$

$$F_M = 14,5 \text{ kN}$$

Schiefe Ebene – Aufgabe

Bestimme den Neigungswinkel α zeichnerisch und rechnerisch
(Das Bild ist nicht maßstabsgerecht)



$$\tan \alpha = \frac{15}{100} = 0,15$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0,15 = 8,5^\circ$$

Maßstab

$$10 \text{ kN} \hat{=} 3 \text{ cm}$$

$$1 \text{ kN} \hat{=} 0,3 \text{ cm}$$

$$F_G = 14,7 \text{ kN} \hat{=} 14,7 \cdot 0,3 = 4,41$$

$$F_N = 4,35 \text{ cm} \hat{=} 4,35 : 0,3 = 14,5 \text{ N}$$

$$\alpha = 8,5^\circ$$

Wie groß ist die Gewichtskraft F_G ?

Wie groß ist die von der Wiegevorrichtung gemessene Gewichtskraft F_M ?
zeichnerische und rechnerische Lösung

Maßstab $10 \text{ kN} = 3 \text{ cm}$

$$F_G = m \cdot g = 1500 \cdot 9,81 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right] = 14715 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} \Rightarrow F_N = F_G \cdot \cos \alpha = 14,7 \cdot \cos 8,5^\circ \text{ kN}$$

Wert für zeichner.
Lösung

$$F_G = 14,7 \text{ kN}$$

$$F_M = 14,5 \text{ kN}$$

Schiefe Ebene – Aufgabe

Wie groß ist der prozentuale Messfehler?

$$\frac{F_G}{F_G - F_N} = \frac{100\%}{x\%} \Rightarrow x = 100 \cdot \frac{F_G - F_N}{F_G} = 100 \cdot \frac{14,7 - 14,5}{14,7}$$

1,4 %

Nach 30 s Streuarbeit beträgt die gemessene Gewichtskraft nur noch $F_M = 13,5$ kN. Wie groß ist die tatsächliche Füllmenge m , wenn man den Neigungsfehler berücksichtigt

$F_G =$ kN

$m =$ kg

Schiefe Ebene – Aufgabe

Wie groß ist der prozentuale Messfehler?

$$\frac{F_G}{F_G - F_N} = \frac{100\%}{x\%} \Rightarrow x = 100 \cdot \frac{F_G - F_N}{F_G} = 100 \frac{14,7 - 14,5}{14,7}$$

1,4 %

Nach 30 s Streuarbeit beträgt die gemessene Gewichtskraft nur noch $F_M = 13,5$ kN. Wie groß ist die tatsächliche Füllmenge m , wenn man den Neigungsfehler berücksichtigt

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} \Rightarrow F_G = \frac{F_N}{\cos \alpha} = \frac{13,5}{\cos 8,5} = 13,6 \text{ kN}$$

$F_G = 13,6$ kN

$$m = \frac{F_G}{g} = \frac{13600}{9,81} \left[\frac{\text{N s}^2}{\text{m}} = \text{kg} \right] = 1391 \text{ kg}$$

$m = 1391$ kg

Kraftzerlegung – Aufgabe

Mit einem Schrägaufzug soll eine Last mit der Masse $m_Q = 1 \text{ t}$ befördert werden.

Welche Belastung F_s muss das Zugseil aufnehmen? $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Rechnerische und zeichnerische Lösung.

$$F_Q = m_Q \cdot g = 1000 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 10\,000 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

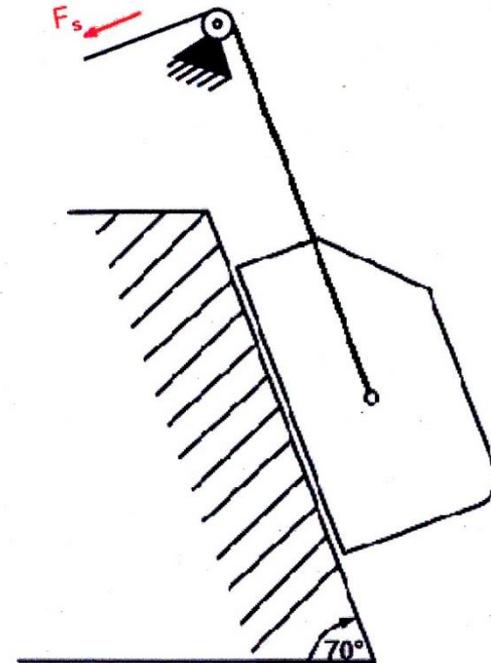
$$F_s = F_Q \cdot \sin 70^\circ$$

$$F_s = 9,4 \text{ kN}$$

Mit welcher Kraft F_N stützt sich der Schrägaufzug auf der schrägen Wand ab?

$$F_N = \quad \text{kN}$$

Maßstab: $10 \text{ kN} \triangleq 5 \text{ cm}$



Kraftzerlegung – Aufgabe

Mit einem Schrägaufzug soll eine Last mit der Masse $m_Q = 1 \text{ t}$ befördert werden.

Welche Belastung F_s muss das Zugseil aufnehmen? $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Rechnerische und zeichnerische Lösung.

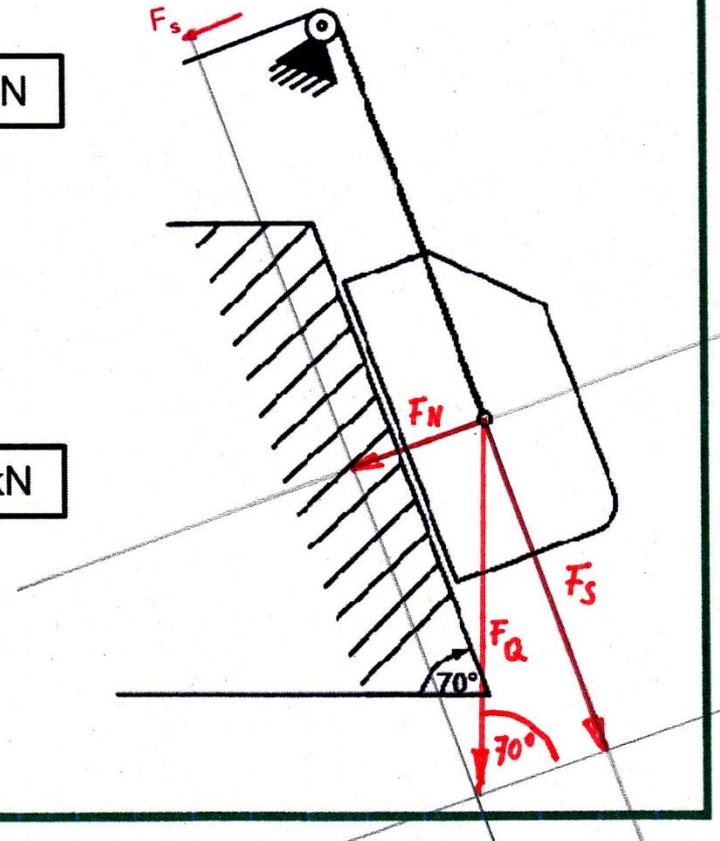
$$F_Q = m_Q \cdot g = 1000 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 10\,000 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

$$F_s = F_Q \cdot \sin 70^\circ$$

$$F_s = 9,4 \text{ kN}$$

Mit welcher Kraft F_N stützt sich der Schrägaufzug auf der schrägen Wand ab?

$$F_N = \quad \text{kN}$$



Maßstab: $10 \text{ kN} \triangleq 5 \text{ cm}$

Kraftzerlegung – Aufgabe

Mit einem Schrägaufzug soll eine Last mit der Masse $m_Q = 1 \text{ t}$ befördert werden.

Welche Belastung F_s muss das Zugseil aufnehmen? $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Rechnerische und zeichnerische Lösung.

$$F_Q = m_Q \cdot g = 1000 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 10\,000 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

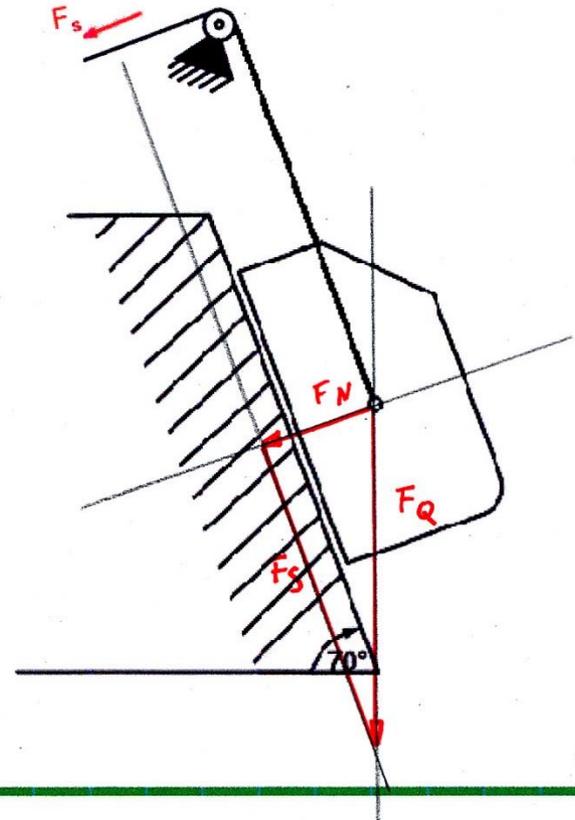
$$F_s = F_Q \cdot \sin 70^\circ$$

$$F_s = 9,4 \text{ kN}$$

Mit welcher Kraft F_N stützt sich der Schrägaufzug auf der schrägen Wand ab?

$$F_N = \quad \text{kN}$$

Maßstab: $10 \text{ kN} \triangleq 5 \text{ cm}$



Kraftzerlegung – Aufgabe

Mit einem Schrägaufzug soll eine Last mit der Masse $m_Q = 1 \text{ t}$ befördert werden.

Welche Belastung F_s muss das Zugseil aufnehmen? $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Rechnerische und zeichnerische Lösung.

$$F_Q = m_Q \cdot g = 1000 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 10\,000 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

$$F_s = F_Q \cdot \sin 70^\circ$$

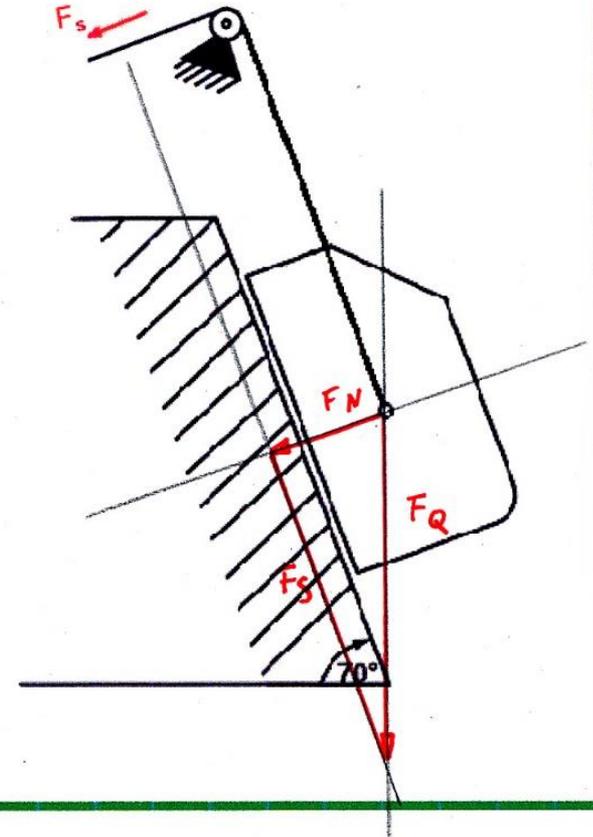
$$F_s = 9,4 \text{ kN}$$

Mit welcher Kraft F_N stützt sich der Schrägaufzug auf der schrägen Wand ab?

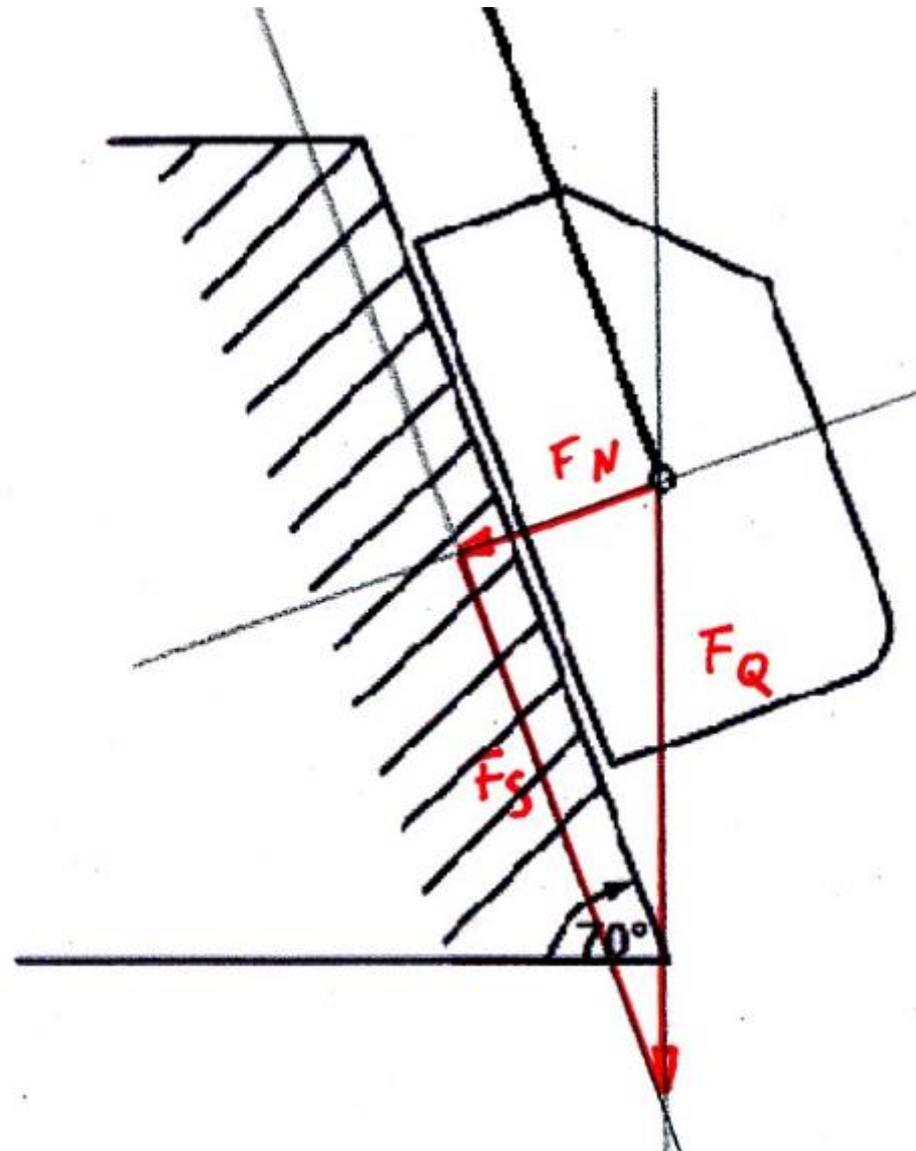
$$F_N = F_Q \cdot \cos 70^\circ$$

$$F_N = 3,42 \text{ kN}$$

Maßstab: $10 \text{ kN} \triangleq 5 \text{ cm}$



Kraftzerlegung- Aufgaben



Kraftzerlegung – Aufgabe

Mit einem Schrägaufzug soll eine Last mit der Masse $m_Q = 1 \text{ t}$ befördert werden.

Welche Belastung F_S muss das Zugseil aufnehmen? $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Rechnerische und zeichnerische Lösung.

$$F_Q = m_Q \cdot g = 1000 \cdot 10 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 10\,000 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

$$F_S = F_Q \cdot \sin 70^\circ$$

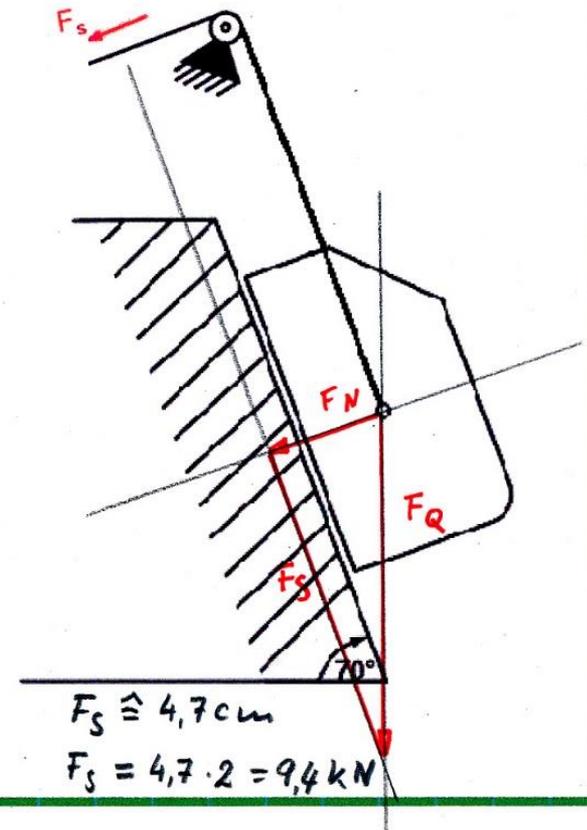
$$F_S = 9,4 \text{ kN}$$

Mit welcher Kraft F_N stützt sich der Schrägaufzug auf der schrägen Wand ab?

$$F_N = F_Q \cdot \cos 70^\circ$$

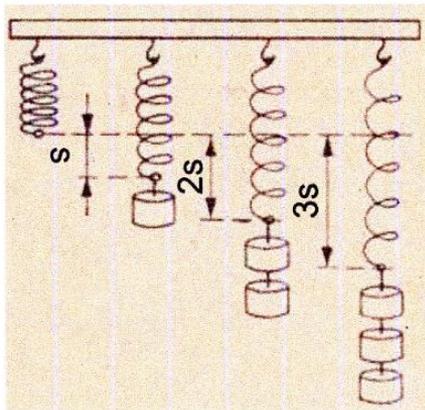
$$F_N = 3,42 \text{ kN}$$

Maßstab: $10 \text{ kN} \hat{=} 5 \text{ cm}$
 $2 \text{ kN} \hat{=} 1 \text{ cm}$
 $F_Q = 10 \text{ kN} \hat{=} 5 \text{ cm}$



Hookesches Gesetz

Das Hookesche Gesetz beschreibt das elastische Verhalten von Körpern, bei denen die Dehnung proportional zur Belastung ist. Das ist z.B. bei Drähten der Fall (kleine Dehnlängen) oder Schraubenfedern (große Dehnlängen)



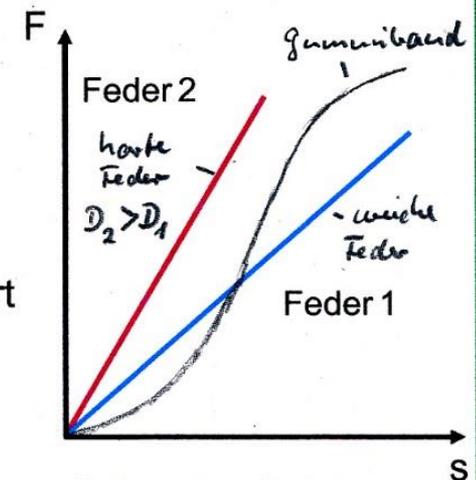
Dehnung einer Schraubenfeder

Es gilt die mathematische Formulierung

$$F = D \cdot s \text{ (N)} \quad \text{Federkraft}$$

$$D = \frac{F_{\max}}{s_{\max}} \quad \text{Federkonstante / Richtwert}$$

$D = 20 \text{ N/cm}$ heißt, dass eine Kraft von 20 N notwendig ist, um diese Feder um eine Länge von 1 cm zu verlängern



Schraubenfedern mit unterschiedlichen Federkonstanten

Fliehkraft – Aufgabe

Die Messerklingen eines Mähwerks sind pendelnd an den Mähscheiben befestigt. Durch die Fliehkraft werden die Messerklingen radial ausgerichtet.

Die Messerklinge wiegt $m = 40\text{g}$.

Der Massenschwerpunkt liegt $r = 20\text{ cm}$ außerhalb der Antriebsachse.

Die Mähscheiben werden mit einer Drehzahl von $n = 3800 \text{ } 1/\text{min}$ angetrieben.

$$\omega = 2\pi n$$

Wie groß ist die Fliehkraft?

$$F_z = m r \omega^2 = m \cdot r (2\pi n)^2$$

$$= 0,04 \cdot 0,2 \cdot 2^2 \cdot \pi^2 \left(\frac{3800}{60}\right)^2 \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}\right]$$

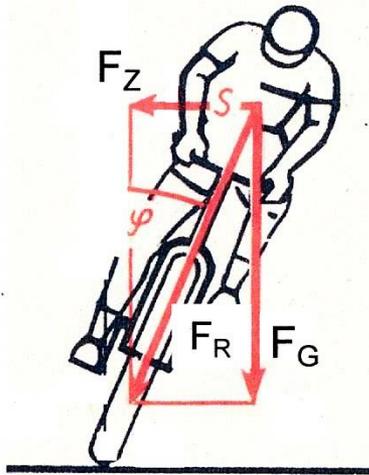
$$F_F = 1264 \text{ N}$$

Achtung!

Kraft hat die Einheit $\text{N} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Die Drehzahl muss deshalb von $n \left[\frac{1}{\text{min}}\right]$ in $n \left[\frac{1}{\text{s}}\right]$ umgerechnet werden.

Fliehkraft - Aufgabe



Um welchen Winkel muss sich ein Radfahrer gegen die Vertikale neigen, wenn er mit $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ein Kreisstück mit Radius 10m durchfährt?

$$F_Z = m \frac{v^2}{r}$$

$$F_G = m g$$

$$\tan \varphi = \frac{F_Z}{F_G} = \frac{m v^2}{r \cdot m \cdot g} = \frac{v^2}{r \cdot g} \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{m} \cdot \text{m}} = 1 \right]$$

$$= \frac{18000^2}{3600^2 \cdot 10 \cdot 9,81} = 0,25$$

$$\varphi = 14^\circ$$

Wie groß muss der Reibungskoeffizient μ sein, damit das Rad nicht rutscht?

$$\tan \varphi = \mu$$

$$\mu = 0,25$$

Welchen Radius hat ein Radfahrer bei $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ mindestens einzuhalten, damit er bei $\mu = 0,5$ nicht wegrutscht?

$$\tan \varphi = \mu = 0,5 = \frac{1}{2} \quad \mu = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

$$r = \frac{v^2}{g \cdot \mu} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 2}{9,81}$$

$$r = 20 \text{ m}$$

Um welchen Winkel muss er sich neigen?

$$\tan \varphi = \mu = 0,5$$

$$\varphi = 27^\circ$$