

Zykloide als Bewegungsbahn

Zykloide als Bewegungsbahn

Eine Zykloide ist die Kurvenbahn eines Punktes einer Scheibe, die z.B. beim Abrollen der Scheibe auf einer Geraden entsteht. Die Kurvenbahn lässt sich in Parameterdarstellung oder als analytische Gleichung darstellen.

$$x = r (t - \sin(t))$$

r : Radius des Kreises

$$y = r (1 - \cos(t))$$

t : Parameter Wälzwinkel

Parameterdarstellung

$$x(y) = r \arccos\left(\frac{r-y}{r}\right) - \sqrt{y(2r-y)}$$

analytische Gleichung

Es gibt 3 Arten von Zykloiden

Eine gewöhnliche Zykloide entsteht, wenn sich der Punkt auf der Umfangsline der rollenden Scheibe befindet – z.B. der eingefahrenen Nagel im Autoreifen.

Eine verkürzte Zykloide entsteht, wenn sich der Punkt innerhalb der rollenden Scheibe befindet – z.B. die Seitenstrahler in den Rädern eines Fahrrades.

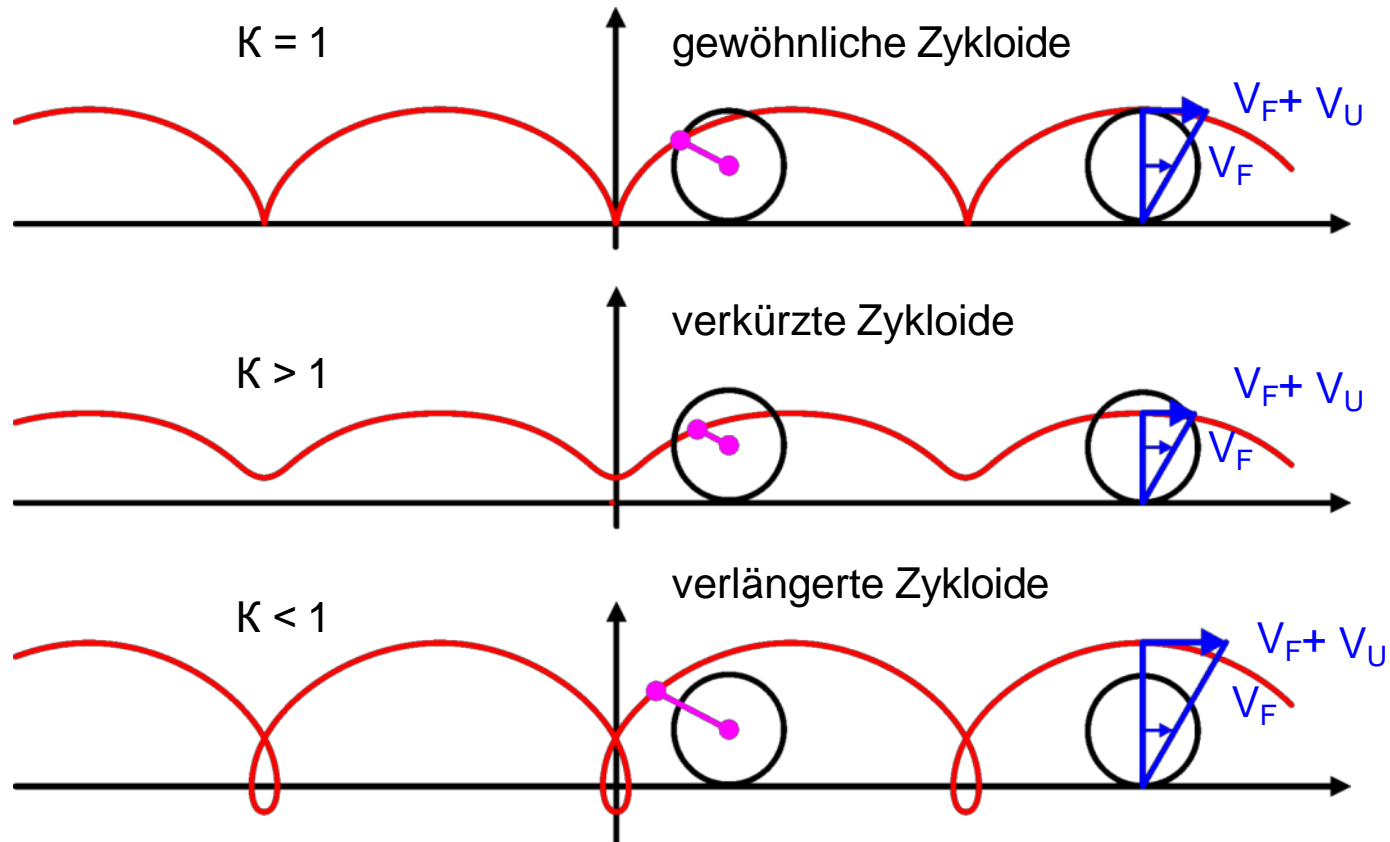
Eine verlängerte Zykloide entsteht, wenn sich der Punkt außerhalb der rollenden Scheibe befindet.

Zykloide



Quelle: Wikipedia

Zykloide als Bewegungsbahn



Das Verhältnis von Fortbewegungsgeschwindigkeit v_F der Scheibe zu Umfangsgeschwindigkeit v_U des sich bewegenden Punktes ergibt den

$$K = \frac{v_F}{v_U}$$

Zykloidenkennwert

Zykloide als Bewegungsbahn in der Agrartechnik

Trommel – und Scheibenmähwerke, Heuwender, Kreiselegge, Bodenfräsen, Haspel des Mähdreschers sind typische landwirtschaftliche Maschinen, bei denen sich die Werkzeuge bezogen auf die zu bearbeitende Fläche auf Zykloiden – Bahnen vorwärtsbewegen. Diese Bewegungsbahnen entstehen durch Überlagerung von Fahrgeschwindigkeiten der Maschine und Umfangsgeschwindigkeit des Werkzeugs.



Mähwerk

www.poettinger.at



Kreiselegge

www.Amazone.de



Haspel Mähdrescher

www.Claas.de



Bodenfräse

<http://www.kokotech.de>

Bewegungsverhältnisse bei Mähwerken und Kreiseleggen

In der Regel sind die Werkzeugträger – bei Mähwerken die Mähscheiben und bei Kreiseleggen die Zinkenkreisel – mit 2 Werkzeugen ausgerüstet.



Zinkenkreisel

www.Amazone.de



Mähscheiben

www.Krone.de

Bewegungsverhältnisse bei Mähwerken und Kreiseleggen

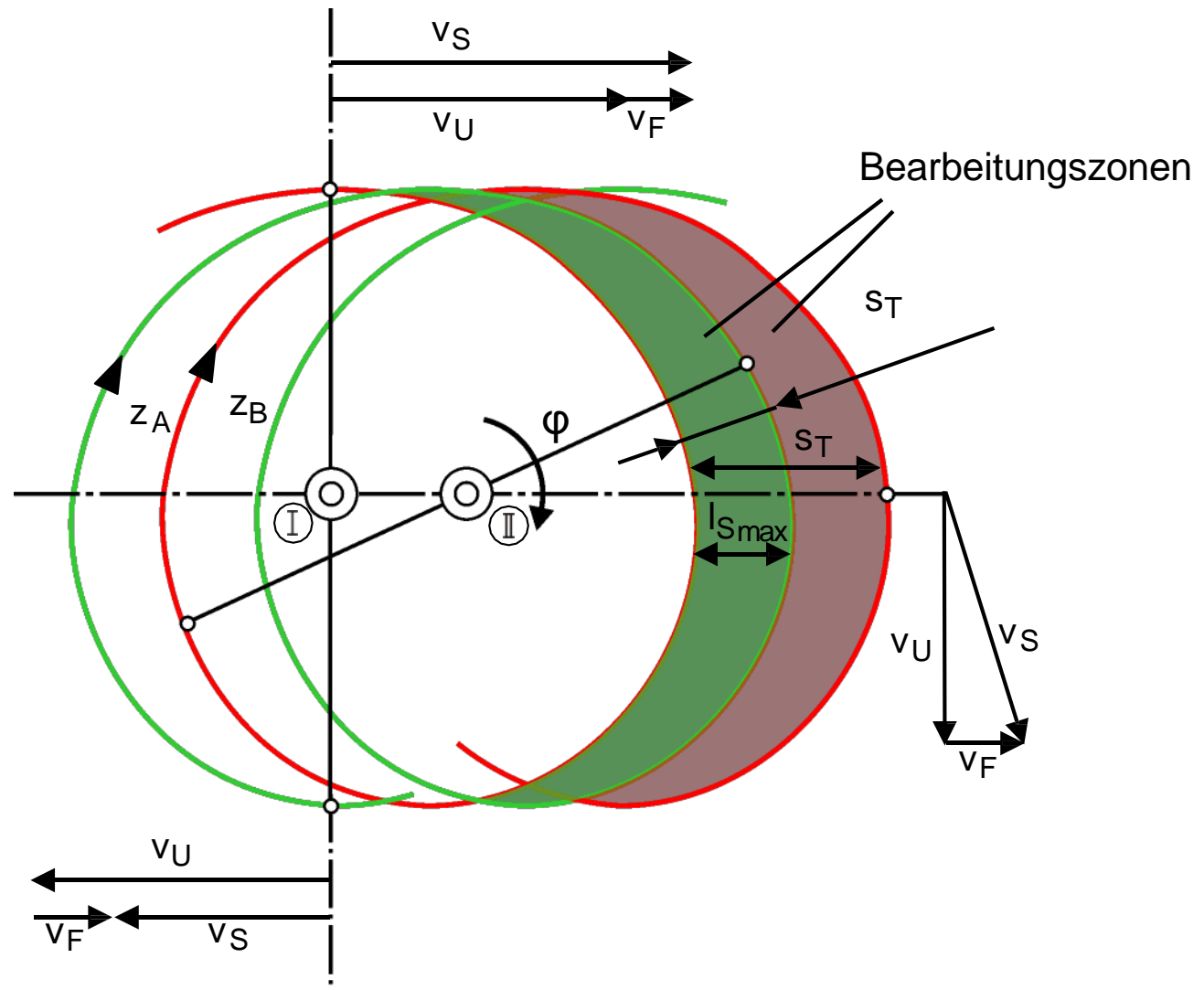
Das Bild zeigt angenähert die Bewegungsverläufe des Werkzeugträgers mit 2 Werkzeugen. Der Zykloidenkennwert beträgt $K = 0,2$

Zu Beginn des Arbeitsganges befindet sich der Werkzeugträger in der Position 0, die Werkzeuge – Messerklingen bzw. Eggenzinken – stehen quer zur Fahrtrichtung. Im weiteren Verlauf dreht sich der Werkzeugträger im Uhrzeigersinn und die Messerklingen bzw. Eggenzinken durchlaufen die zyklodischen Bewegungsbahnen Z_A und Z_B . Durch die Vorwärtsbewegung und das wechselnde Eingreifen der Werkzeuge werden nacheinander die Bearbeitungszonen F_1 und F_2 neu überstrichen. Diese Bearbeitungszonen werden von den Zykloidenbahnen begrenzt. Die augenblickliche Breite der Bearbeitungszone ist eine Funktion des Drehwinkels .

Wichtig sind 2 Bearbeitungszustände

- Die Maximale Breite der Bearbeitungszone – die Länge der Messerklingen bei den Mähwerken muss danach ausgelegt werden.
- Die minimale Relativgeschwindigkeit von Fahrgeschwindigkeit und Umfangsgeschwindigkeit.

Bewegungsverhältnisse bei Mähwerken und Kreiseleggen



Berechnung der Bearbeitungszone

Die exakte Breite der Bearbeitungszone lässt sich berechnen mit der Gleichung

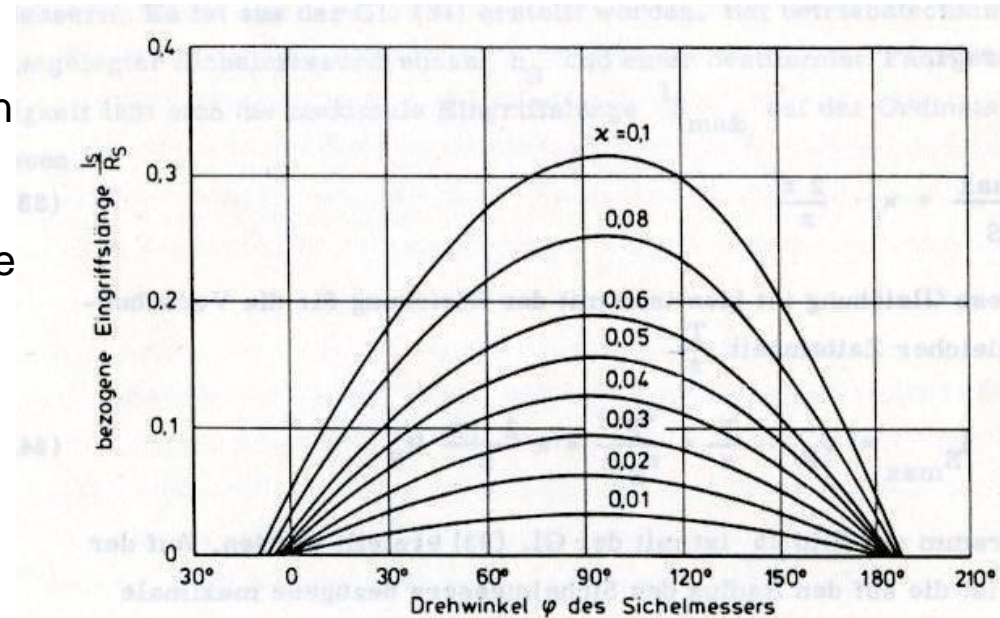
$$l_s = K \cdot \frac{2\pi \cdot r_s}{z} \cdot \left(\sin \varphi + \frac{K}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{z} + \frac{\pi}{z} \cdot \cos 2\varphi - \sin 2\varphi \right) \right)$$

Das Bild zeigt die mathematischen Funktion für verschiedenen Zykloidenkennwerte K bezogen auf den Radius der im Werkzeugträger montierten Werkzeuge. Die Kurvenverläufe zeigen, dass die Maxima etwas verschoben zur Fahrrichtung liegen. Die Bearbeitungszone ist etwas breiter als die Vorschubstrecke gleicher

Zeiteinheit $\frac{T}{z}$.

T : Umlaufzeit einer Umdrehung

z : Anzahl der Werkzeuge

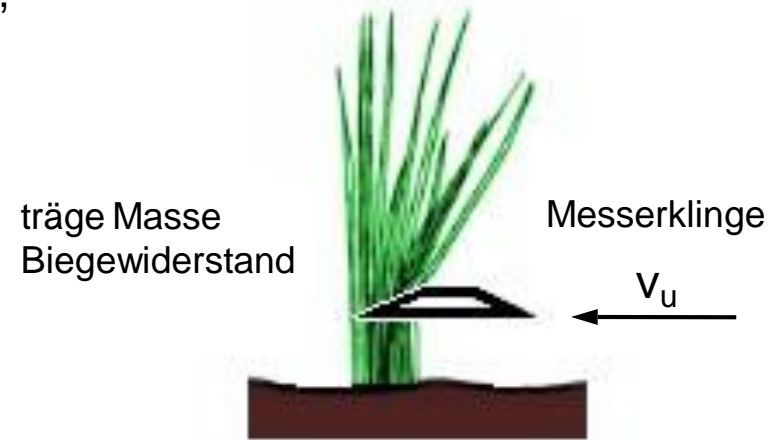


Bezogene Eingriffslänge l_s als Funktion des Drehwinkels φ für unterschiedliche Geschwindigkeitskennwerte K und Anzahl der Werkzeuge $z = 2$

Berechnung der Bearbeitungszone

Damit bei Mähwerken ein freier Schnitt gewährleistet ist, liegen die Umfangsgeschwindigkeiten der Messerklingen bei ca. $v_u = 80 \text{ m/s}$. Die maximalen Fahrgeschwindigkeiten liegen bei $v_F = 20 \text{ km/h}$ bzw. $v_F = 5,5 \text{ m/s}$. Der Zykloidenkennwert liegt somit im

Bereich von $K = \frac{v_F}{v_u} \leq 0,07$



freier Schnitt

Bei Kreiseleggen liegen die Drehzahlen der Kreisel zwischen

$$n_{\min} = 300 \text{ 1/min} \quad \text{und} \quad n_{\max} = 360 \text{ 1/min}$$

Die Durchmesser der Kreisel betragen $d = 25 \text{ cm}$ oder $d = 33 \text{ cm}$ bei 12 oder 10 Kreisel für 3 m Arbeitsbreite. Es ergeben sich somit Umfangsgeschwindigkeiten von $v_u = 40 \text{ m/s}$ bis 60 m/s . Die maximalen Arbeitsgeschwindigkeiten liegen bei $v_F = 8 \text{ km/h}$ bzw. $v_F = 2 \text{ m/s}$.

Der Zykloidenkennwert liegt somit im Bereich von $K = \frac{v_F}{v_u} \leq 0,05$.

Maximale Eingriffslänge bei den Messerklingen

Wichtig für die Auslegung von Schneidwerken ist die maximale Eingriffslänge der Messerklinge.

Die Umlaufzeit einer vollständigen Umdrehung des Schneidwerks beträgt $T = \frac{1}{n_s}$

In dieser Zeit legt das Mähwerk die Strecke l_s zurück

$$l_s = v_F \cdot T$$

Das wäre die maximale Eingriffslänge bei einem Schneidwerk mit nur 1 Messerklinge.

Sind z Messerklingen angebracht, dann beträgt die maximale Eingriffslänge

$$l_{s \max} = v_F \cdot \frac{T}{z} = \frac{v_F}{n_s \cdot z}$$

Die Umfangsgeschwindigkeit des Schneidwerks beträgt

$$v_U = r_s \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_s \quad \text{oder} \quad n_s = \frac{v_U}{2\pi \cdot r_s}$$

Somit ergibt sich

$$l_{s \max} = \frac{v_F \cdot 2\pi \cdot r_s}{v_U \cdot z}$$

Maximale Eingriffslänge bei den Messerklingen

Diese Gleichung stimmt mit dem ersten Teil der Gleichung überein, mit der die Bearbeitungszone berechnet wurde. Die anderen Teile sind speziell für den Einsatzfall Mähwerk und Kreiselegge vernachlässigbar.

$$l_s = K \cdot \frac{2\pi \cdot r_s}{z} \cdot \left(\sin \varphi + \frac{K}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{z} + \frac{\pi}{z} \cdot \cos 2 \varphi - \sin 2 \varphi \right) \right)$$

$$l_s = K \cdot \frac{2\pi \cdot r_s}{z} \cdot \sin \varphi$$

$$\varphi = 90^\circ \Rightarrow \sin \varphi = 1$$

Die maximale Eingriffslänge hängt somit ab von den Geschwindigkeitsverhältnissen, der Messerzahl und dem Radius des Schneidwerks.

Maximale Eingriffslänge bei den Messerklingen

Beispiel

Maximale Fahrgeschwindigkeit

$$v_F = 20 \text{ km/h} \text{ bzw. } v_F = 5,5 \text{ m/s}$$

Umfangsgeschwindigkeit der Messerklingen

$$v_U = 80 \text{ m/s}$$

Durchmesser des Schneidwerks

$$2r_s = 0,4 \text{ m}$$

Anzahl der Messerklingen

$$z = 2$$

$$l_{s \text{ max}} = \frac{v_F \cdot 2\pi \cdot r_s}{v_U \cdot z} = \frac{5,5 \cdot 2\pi \cdot 0,2}{80 \cdot 2} = 0,043 \text{ m}$$

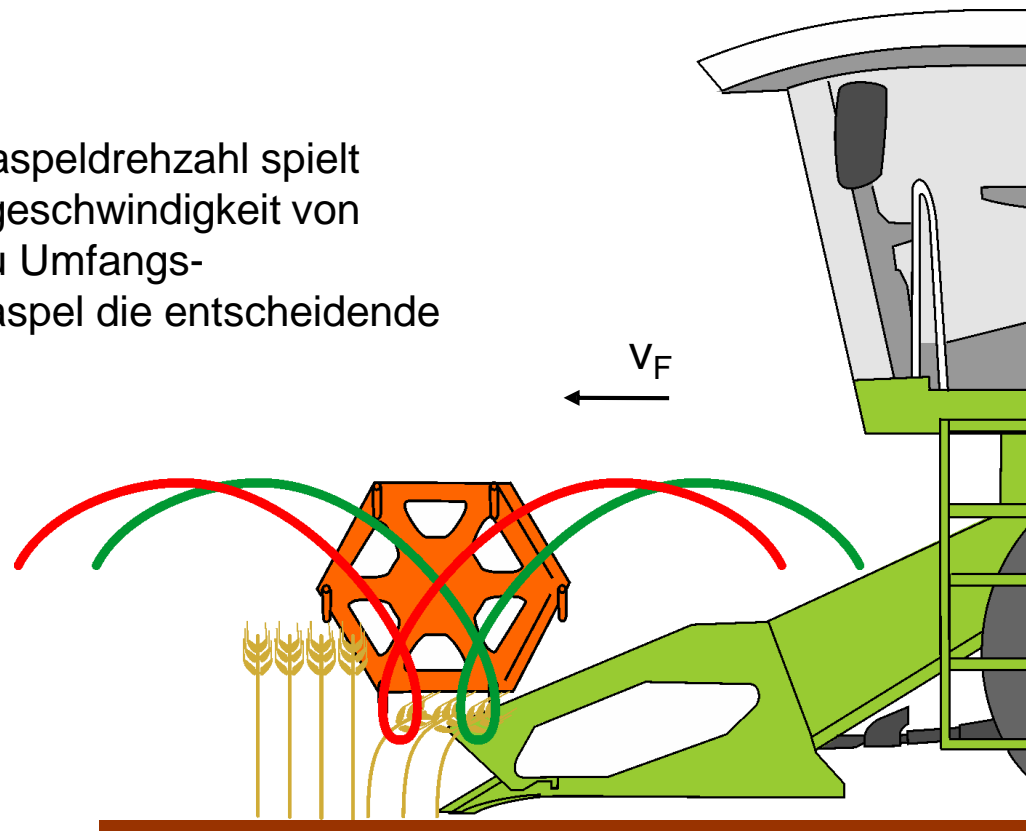
Die maximale Eingriffslänge für die Messerklinge beträgt somit $l_s = 4,3 \text{ cm}$, das ist aber auch gleichzeitig das Mindestmaß für die Schneidkante der Messerklinge.

Bewegungsverhältnisse bei der Haspel des Mähreschers

Völlig anders als bei Mähwerken und Kreiseleggen sind die Geschwindigkeitsverhältnisse bei der Haspel des Mähreschers. Die Haspel sollte so in den Bestand eintauchen, dass sie nicht auf die Ähren schlägt und im weiteren Bewegungsverlauf die Getreidehalme leicht in Richtung des Schneidwerks bewegt. Die Umfangsgeschwindigkeit der Haspel ist somit nur etwas größer als die Fahrgeschwindigkeit. Der Zykloidenkennwert liegt in dem Bereich

$$K = \frac{v_E}{v_U} = 0,7 \text{ bis } 0,9$$

Bei der Einstellung der Haspeldrehzahl spielt insbesondere die Relativgeschwindigkeit von Fahrgeschwindigkeit v_F zu Umfangsgeschwindigkeit v_U der Haspel die entscheidende Rolle für die Funktion.



Messerwelle der Bodenfräse



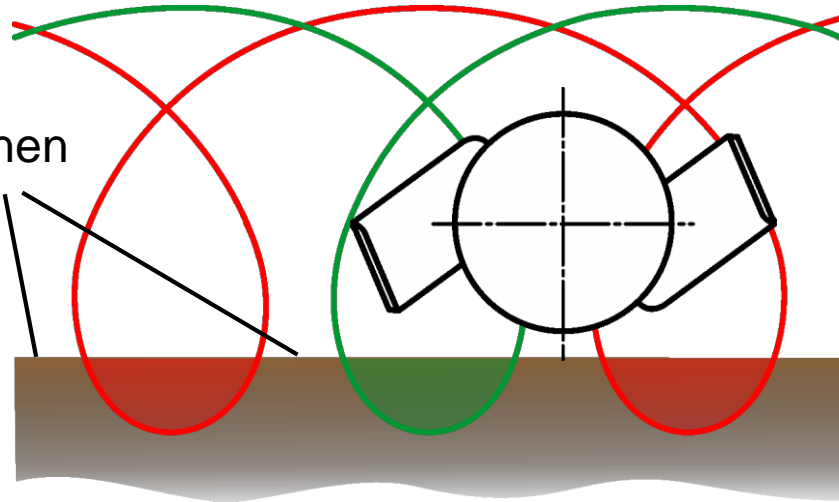
<http://www.kokotech.de>

Spiralförmig versetzt angeordnete Werkzeuge gewährleisten, einen gleichmäßigen Drehmomentverlauf, es entstehen keine Lastspitzen.

Werkzeugbahnen der Bodenfräse

unbearbeitete Zonen

$K = 0,4$



$K = 0,2$

