Bewegung eines Körpers

Bewegung eines Körpers

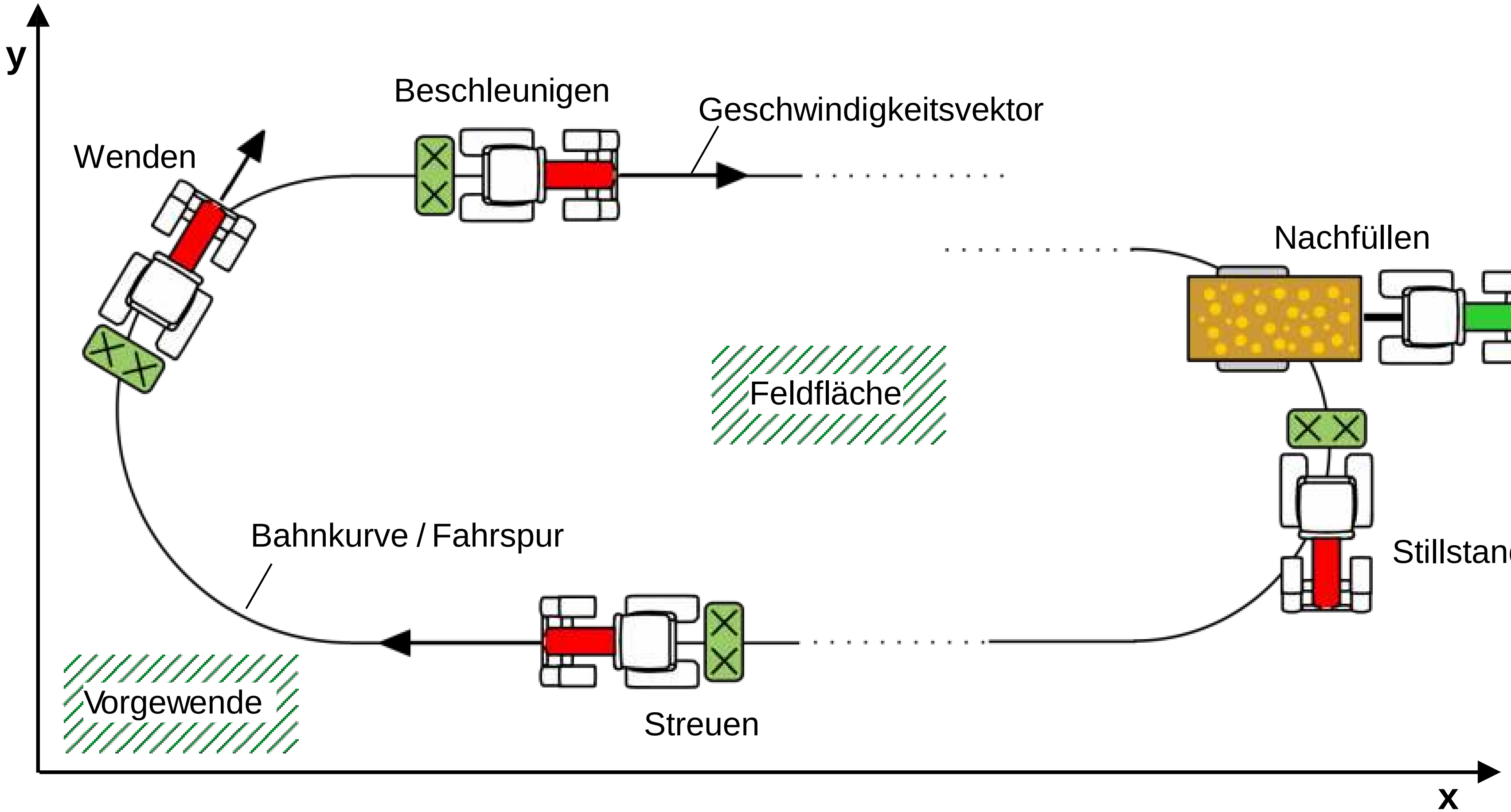
Es gibt 2 Bewegungsarten

- Translation - geradlinige Bewegung
- Rotation - Drehbewegung

Häufig ergibt sich eine Überlagerung beider Bewegungen.

Der Bewegungsvorgang kann als Bahnkurve in einem Koordinatensystem dargestellt werden.

Bewegung eines Körpers - Bahnkurve

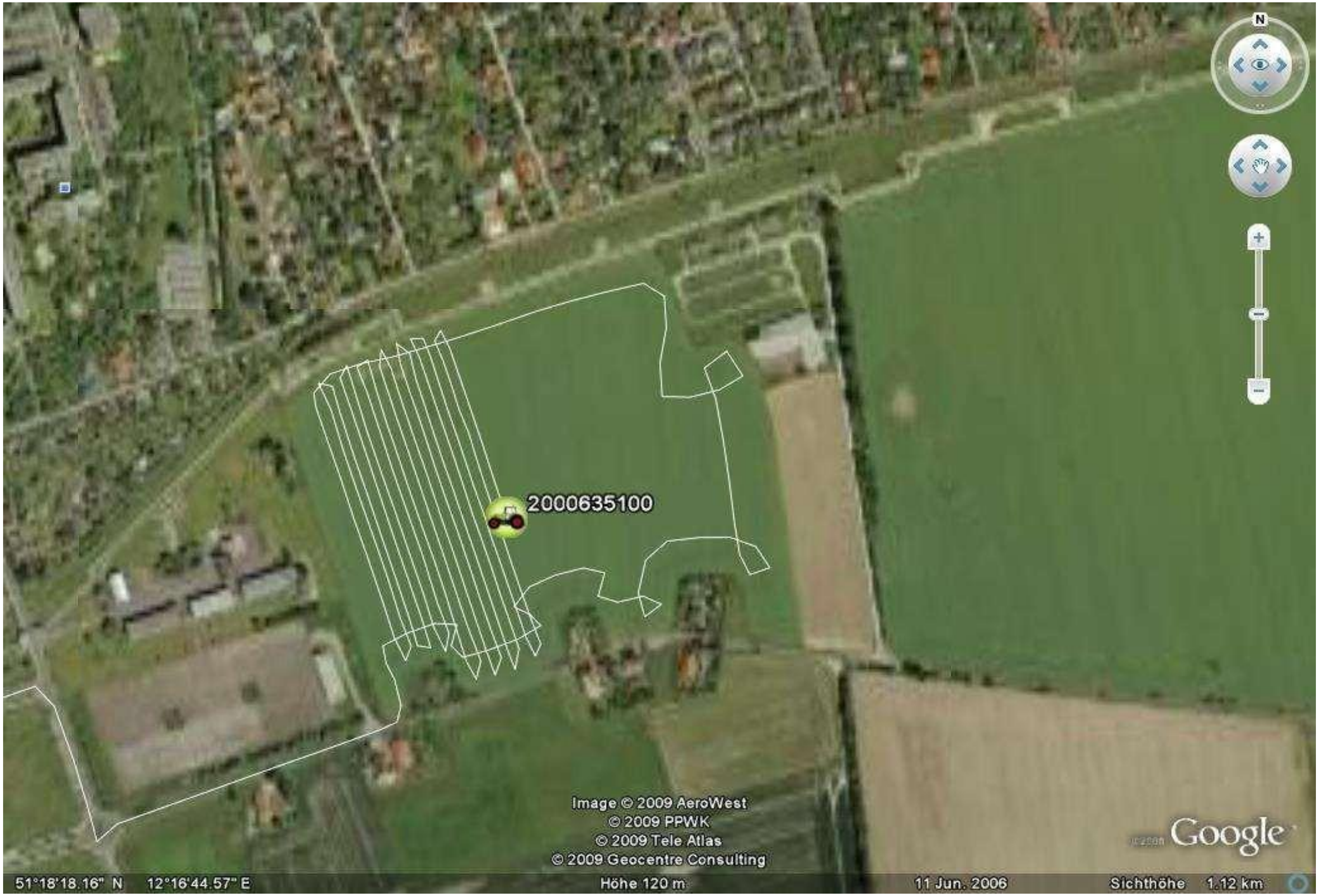


Bahnkurve / Fahrspur eines Traktors während des Düngens

Fahrspuren, Fahrgassen eines Düngerstreuers bzw. einer Pflanzenschutzspritze

Quelle: Jörg Bodenbender, www.jb-arts.de

Fahrspuren beim Drillen von Mais



Bewegung eines Körpers - Geschwindigkeit

Die Bewegung eines Körpers wird beschrieben durch die Ortsveränderung (Bahnkurve) und durch die Bewegungsgeschwindigkeit .
Die Geschwindigkeit ist die zurückgelegte Strecke pro Zeiteinheit

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s}{t} \quad \left(\frac{m}{s}; \frac{km}{h}\right)$$ Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt ergibt sich durch den Übergang von Differenzenquotienten zum Differentialquotienten

$$v = \lim_{t \to 0} \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Die Steigung der Tangente im Weg-Zeit-Diagramm entspricht der Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit ist eine **vektorielle Größe** (Vektor)

Vektorielle und skalare Größen

Vektorielle Größen

sind verknüpft mit Betrag und Richtung

wie z.B.:

Geschwindigkeiten, Beschleunigungen, Kräfte,
magnetische Felder, Spannungen in Werkstoffen usw.

Skalare Größen

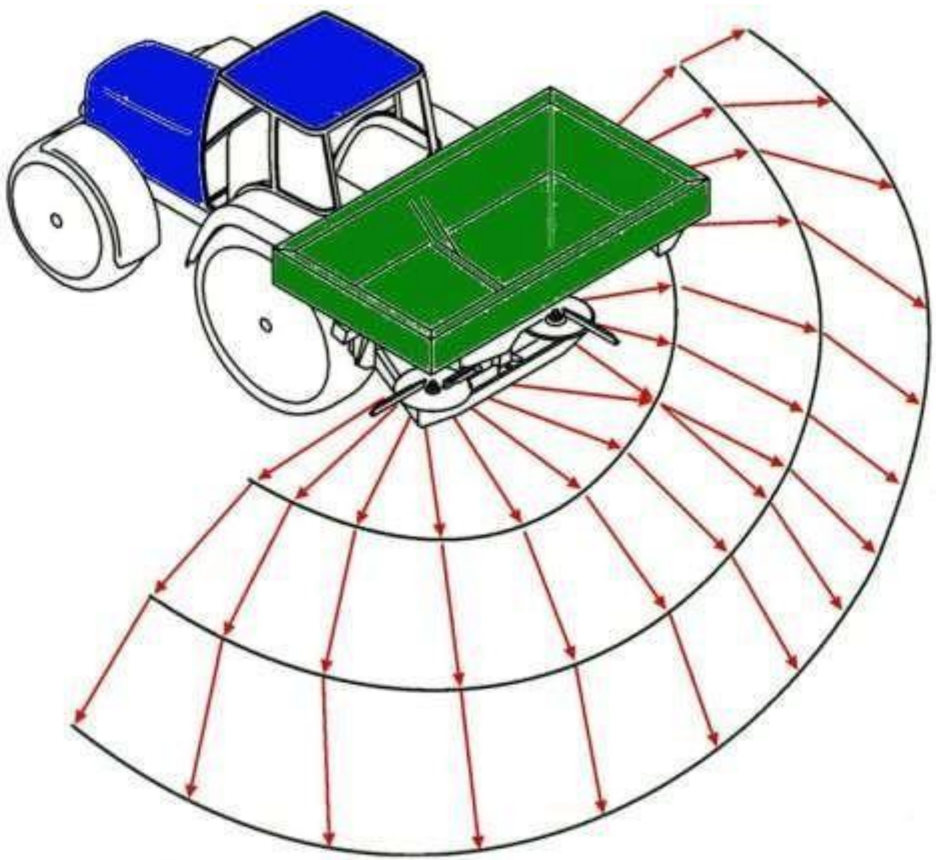
haben keine festgelegte Richtungen

wie z.B.:

Temperatur, Masse, Lichtstärke usw.

Vektorfeld eines Streufächers

$$\overrightarrow{v_{(t)}} = \begin{bmatrix} x_{(t_2)} - x_{(t_1)} \\ y_{(t_2)} - y_{(t_1)} \\ z_{(t_2)} - z_{(t_1)} \end{bmatrix}$$



Bewegung eines Körpers - Beschleunigung

Eine Geschwindigkeitsveränderung (Zunahme oder Abnahme) wird
durch eine Beschleunigung hervorgerufen. Die Beschleunigung ist der Quotient aus der Geschwindigkeitsveränderung Δ v und der dafür dazugehörigen Zeit Δ t.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$ Beschleunigung

Die Beschleunigungen bei Fahrzeugen sind nur selten konstant.

Die Beschleunigung zu einem bestimmten Zeitpunkt ergibt sich durch
den Übergang von Differenzenquotienten zum Differentialquotienten.

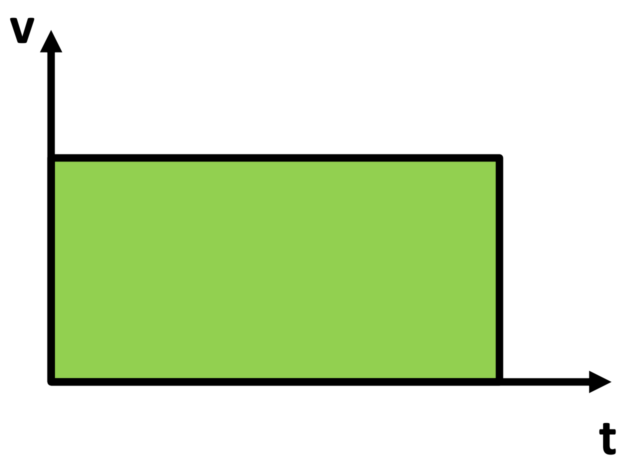
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Die Steigung der Tangente im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm entspricht der Beschleunigung.

Bewegung eines Körpers - gleichförmige Bewegung

Die zurückgelegte Wegstrecke s ergibt sich aus der Fläche unterhalb des Geschwindigkeitsverlaufs bzw. aus dem Produkt von Geschwindigkeit v und der verstrichenen Zeit t.

$s = v \cdot t$ (m) Wegstrecke



Bewegung eines Körpers- gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Bei einer beschleunigten Bewegung ändert sich die Geschwindigkeit. Dabei ist es möglich, dass die Geschwindigkeit zur Zeit t = 0 schon einen gewissen Betrag aufweist

$v = v_0 + a \cdot t \;\left(\frac{m}{s};\ \frac{km}{h}\right)$ Geschwindigkeit

Die zurückgelegte Wegstrecke ergibt sich dann aus der Fläche unterhalb des Geschwindigkeitsverlaufs d.h.

aus dem Rechteck: $s_{\blacksquare} = v_0 \cdot t$

und dem

darüber liegendem Dreieck: $s_{\Delta} = \frac{(v - v_0) \cdot t}{2}$

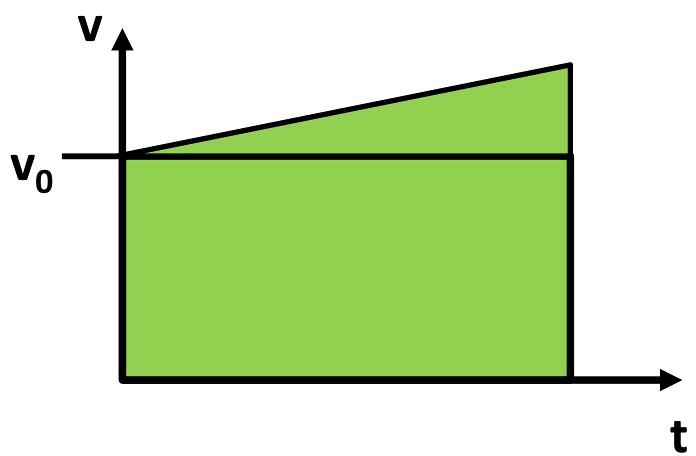
$s = s_{\blacksquare} + s_{\Delta} = v_0 \cdot t + \frac{(v - v_0) \cdot t}{2}$

Wegen $(v - v_0) = a \cdot t$ gilt: $s_{\Delta} = \frac{(a \cdot t^2)}{2}$

(siehe Folie 9)

Man erhält das **Weg-Zeit-Gesetz** der beschleunigten Bewegung.

$s = v_0 \cdot t + \frac{(a \cdot t^2)}{2} \;(m)$ Weg-Zeit-Gesetz

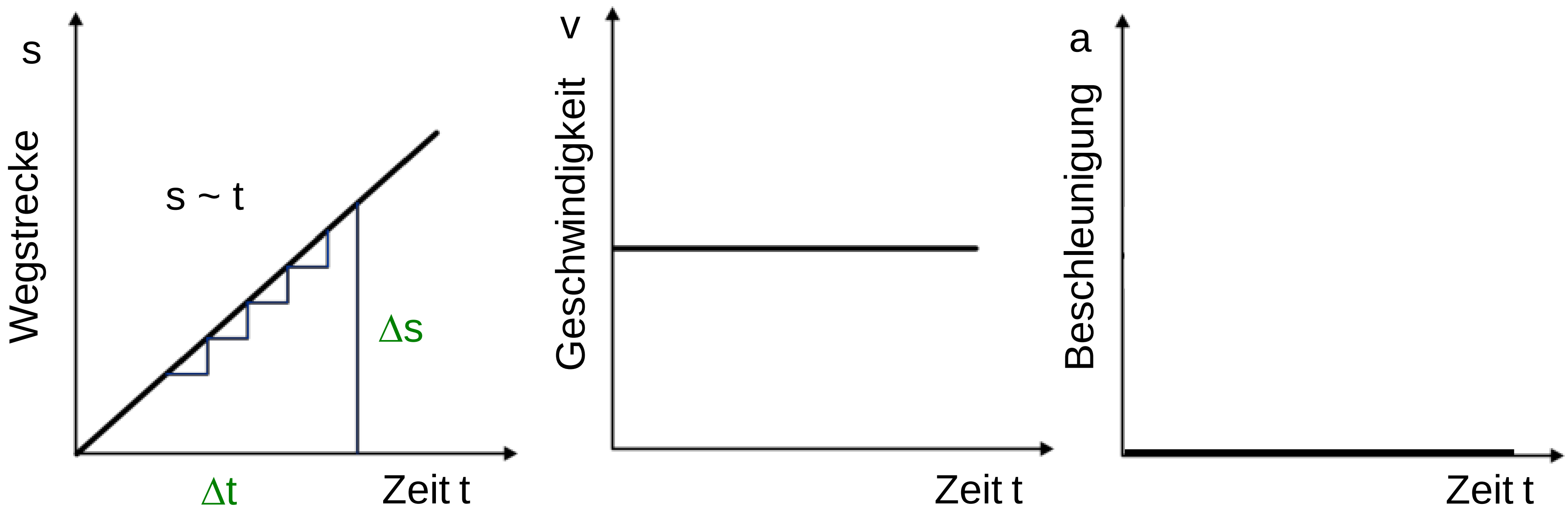


Gleichmäßige Geschwindigkeit

Integral ← → Differential

$$s = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(v) \cdot dt$$

Integral ← → Differential



$$\boxed{\frac{\Delta s}{\Delta t} = v = \text{const.}}$$

Wegstrecke $s = v\ t$

Geschwindigkeit $v = \text{const.}$

Beschleunigung $a = 0$

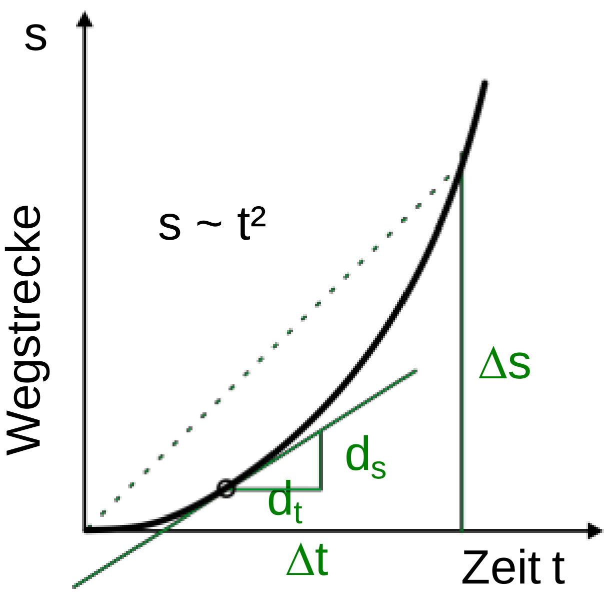
Gleichmäßige Beschleunigung

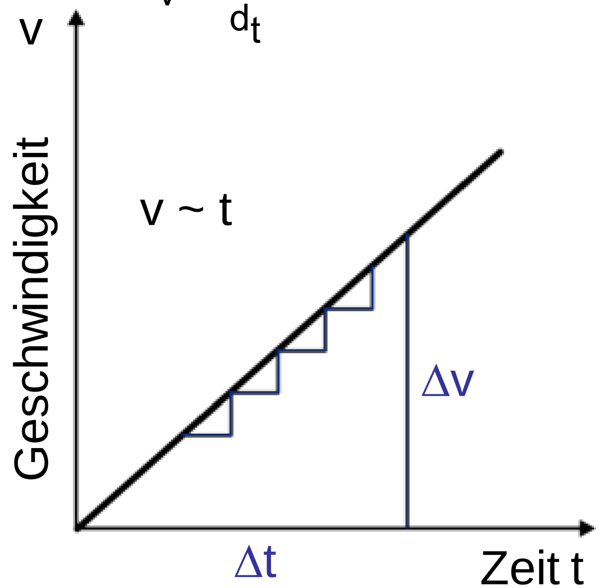
Integral ← → Differential

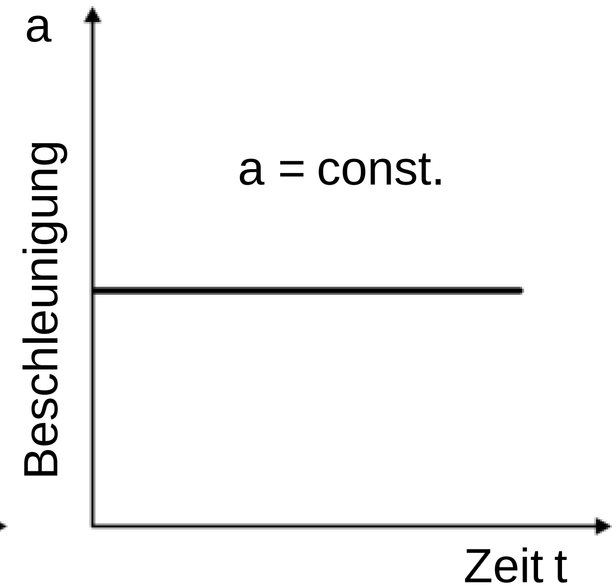
$$s = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(v) \cdot dt$$

Integral ← → Differential

$$v = \frac{d_s}{d_t}$$







$$\boxed{\frac{\Delta s}{\Delta t} = v_m}$$

mittlere Geschwindigkeit

$$\boxed{\frac{ds}{dt} = v}$$

Momentan-geschwindigkeit

$$\boxed{\frac{\Delta v}{\Delta t} = const = a}$$

Beschleunigung

Wegstrecke $s = \frac{1}{2}\, a\, t^2$

$s = \frac{1}{2}\, v\, t$

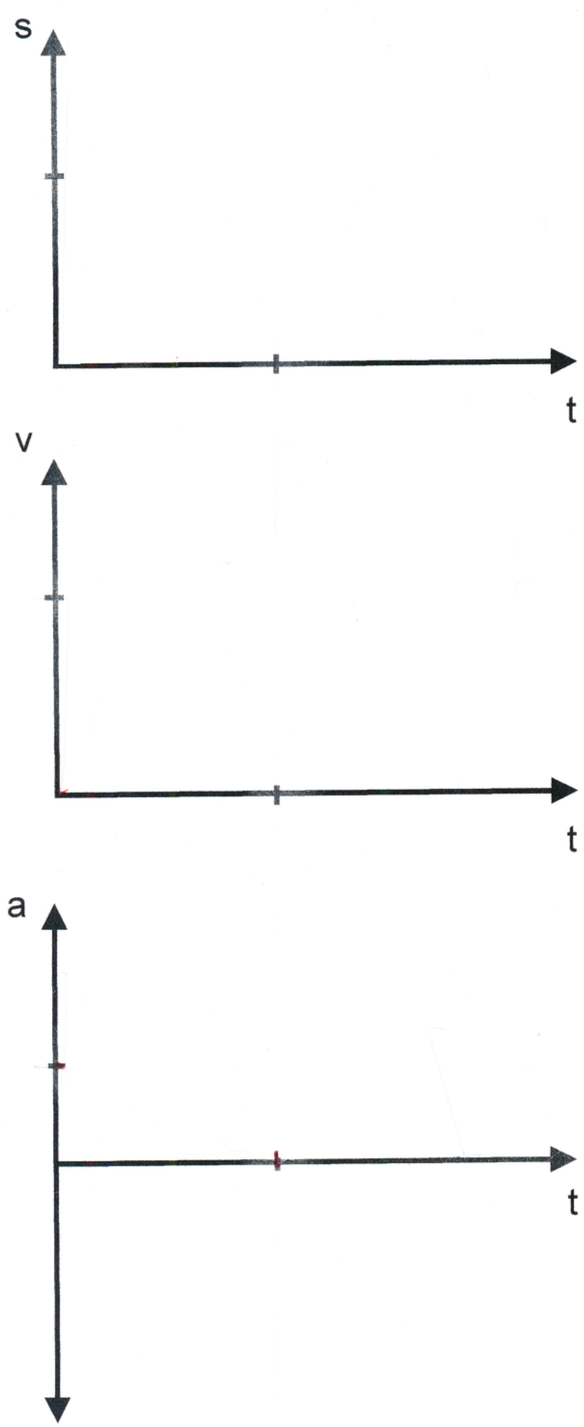
Geschwindigkeit $v = a\, t$

Beschleunigung $a = const$

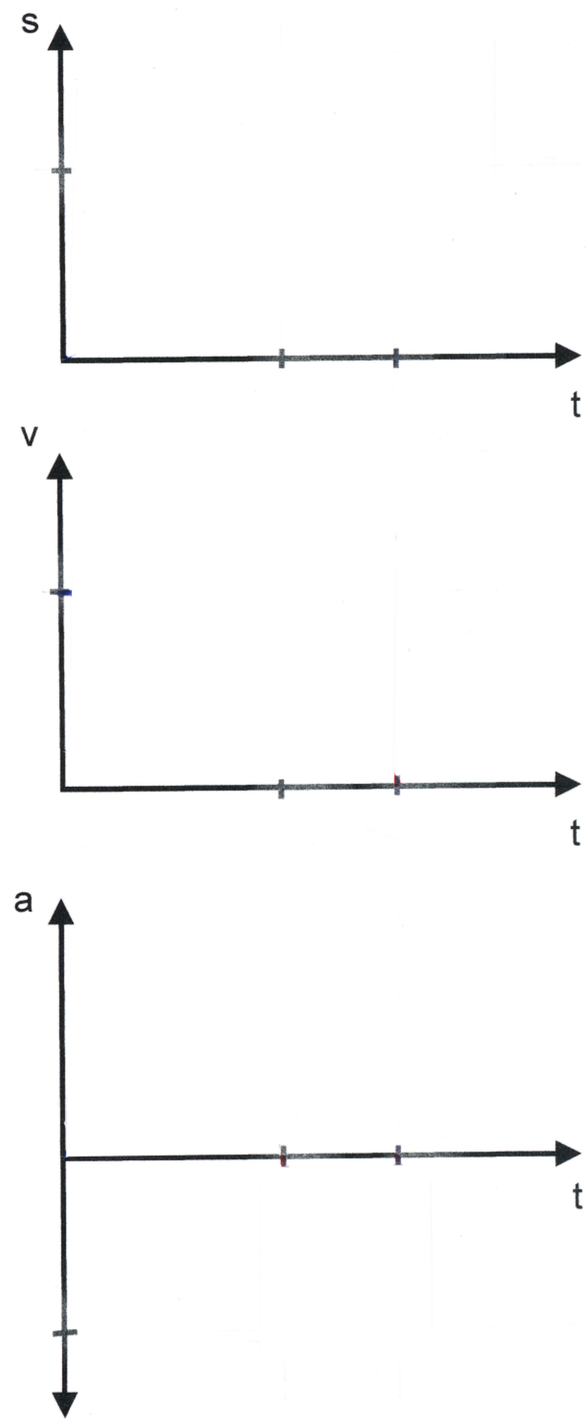
www.scheufler.de

Bewegung eines Körpers

Zeit - Diagramme



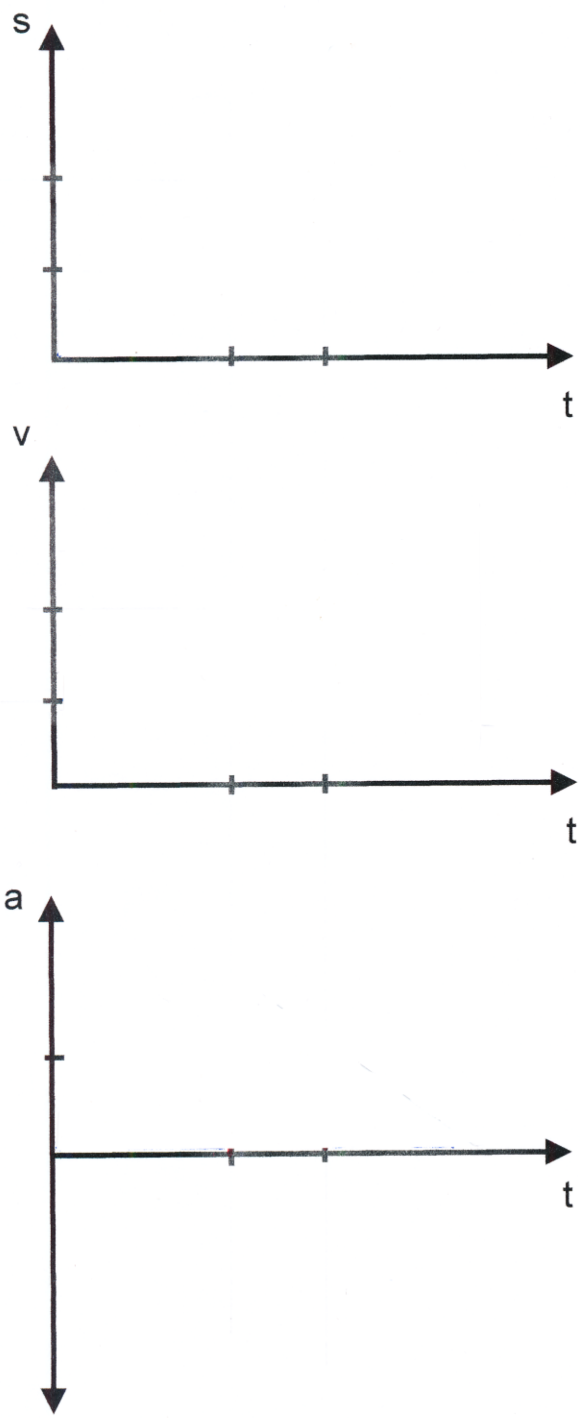
Beschleunigen
ohne Anfangsgeschw.



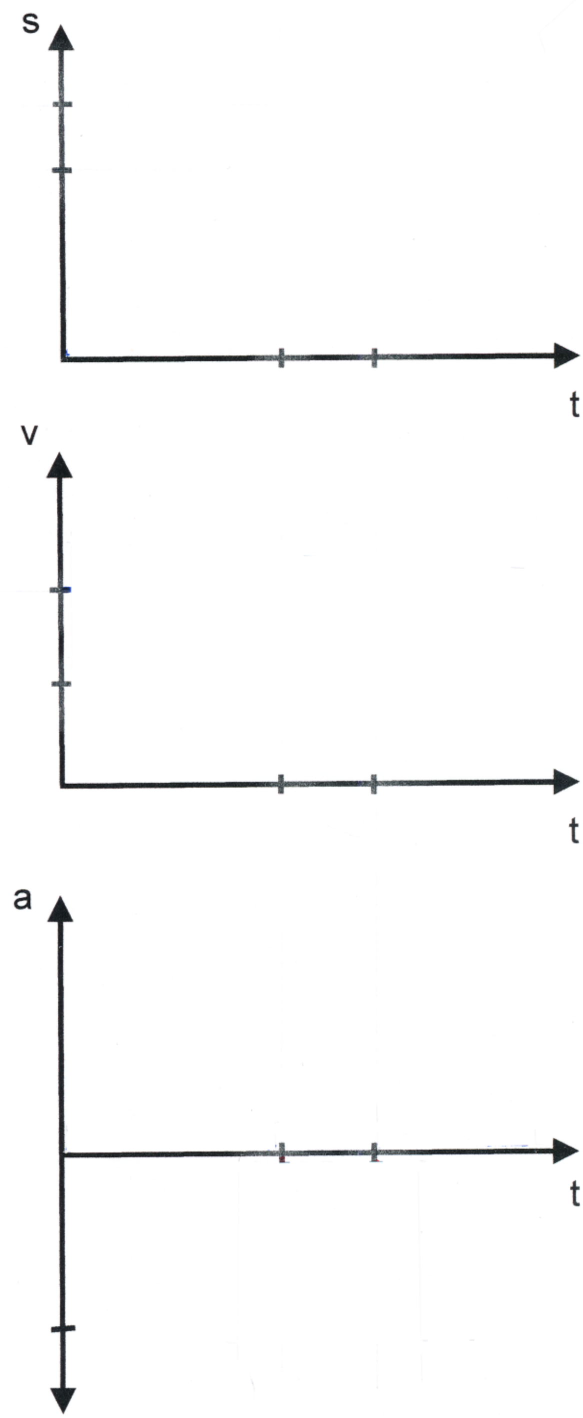
Bremsen
zum Stillstand

Bewegung eines Körpers

Zeit - Diagramme

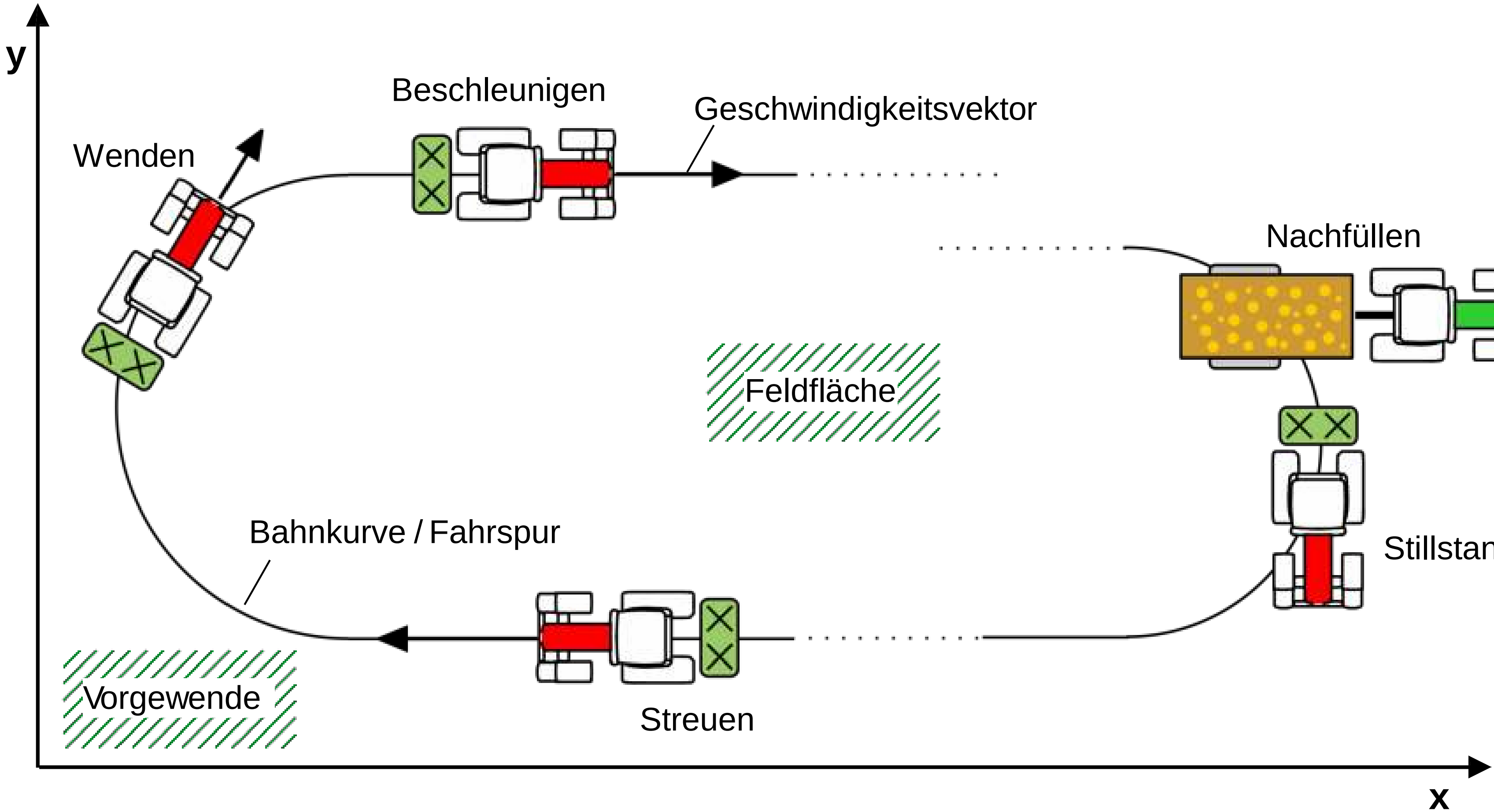


Beschleunigen
mit Anfangsgeschw.



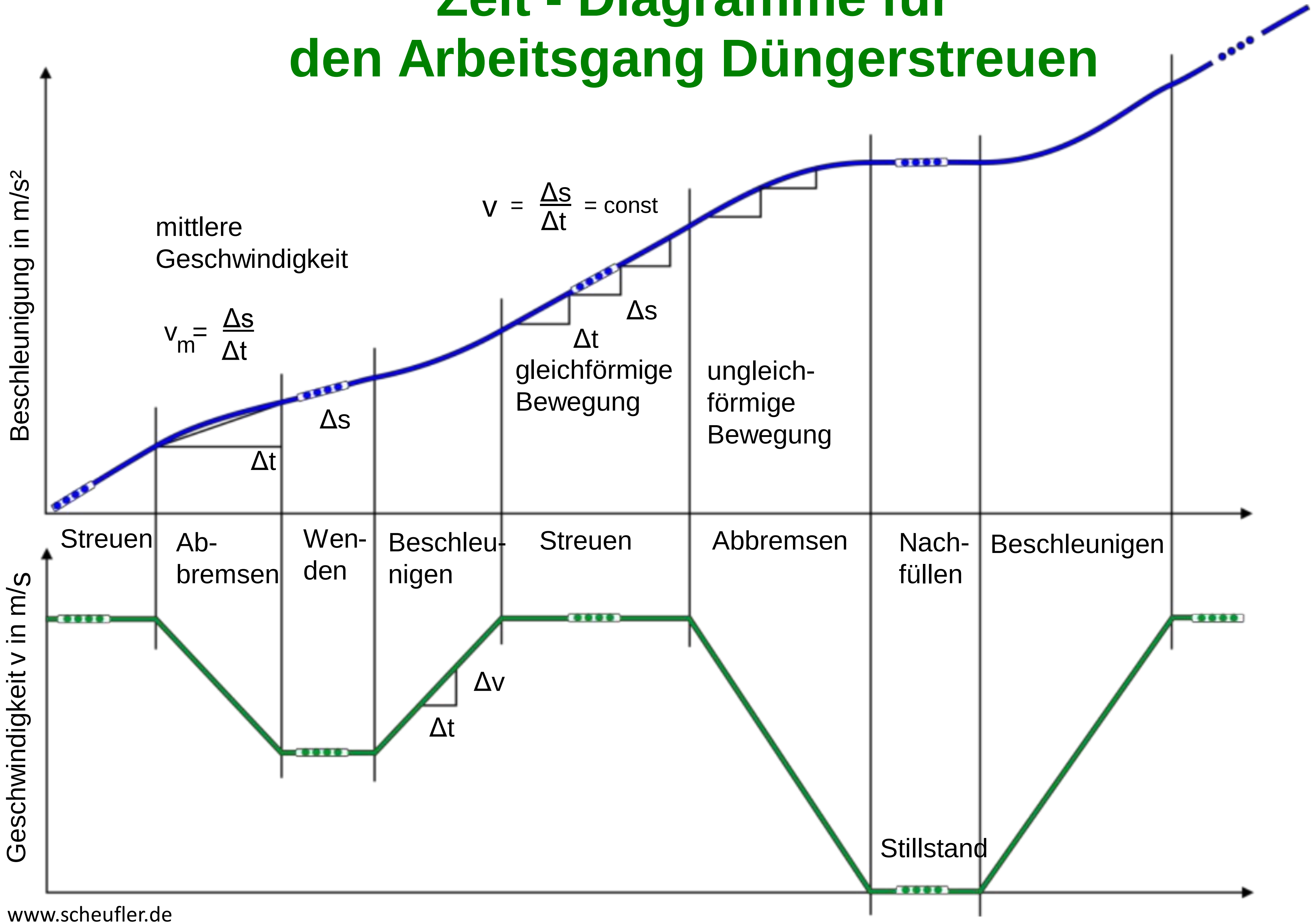
Bremsen
auf niedrige Geschw.

Bewegung eines Körpers - Bahnkurve

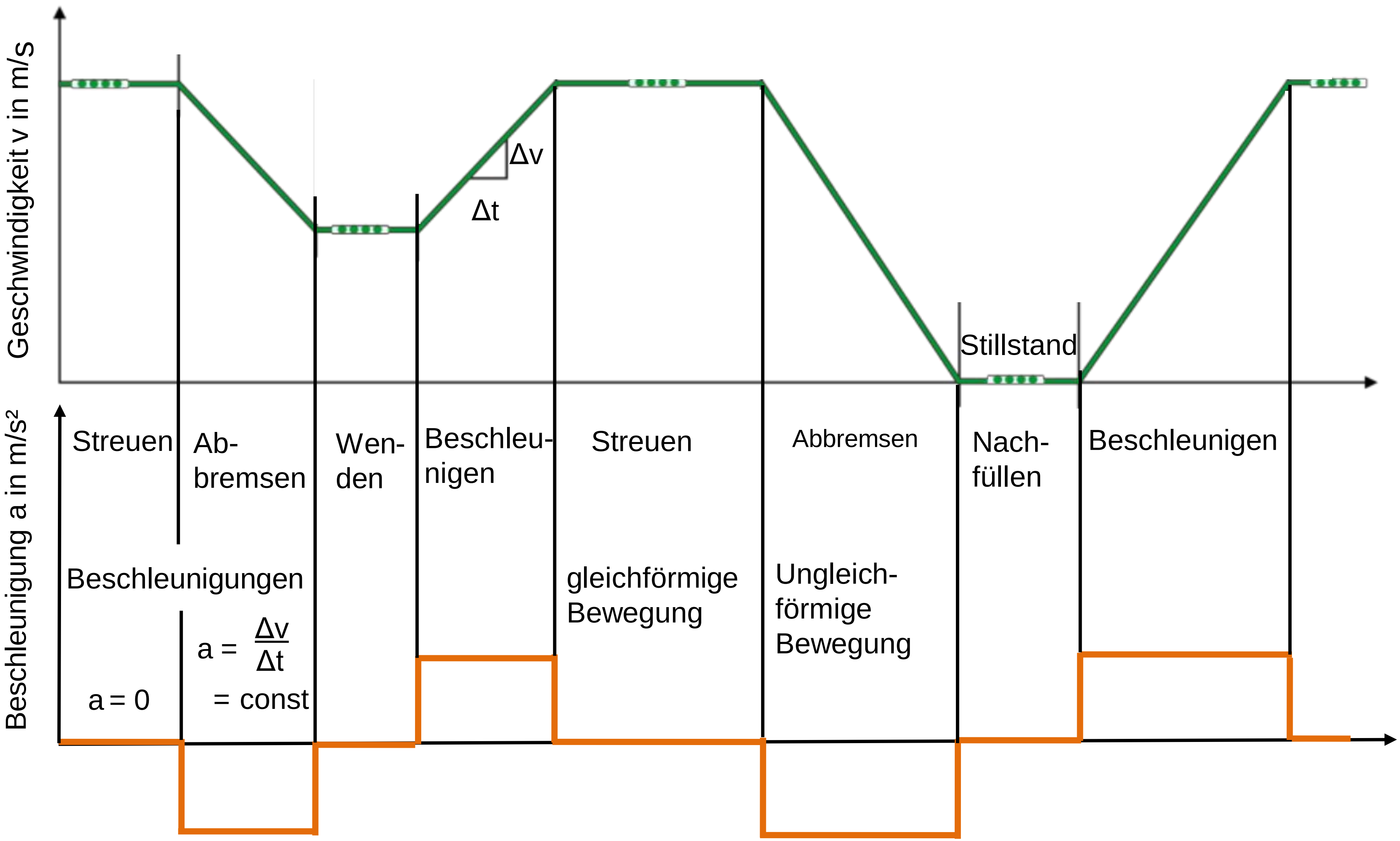


Bahnkurve / Fahrspur eines Traktors während des Düngens

Zeit - Diagramme für den Arbeitsgang Düngerstreuen



Zeit - Diagramme für den Arbeitsgang Düngerstreuen

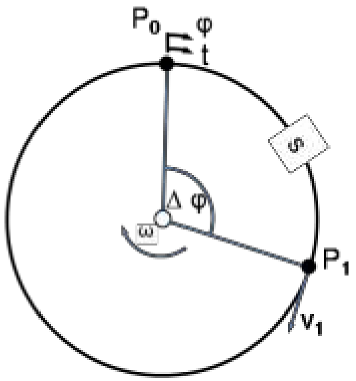


www.scheufler.de

Bewegung eines Körpers - Kreisbewegung

Ein um einen Drehpunkt bewegter Punkt P durchläuft je Zeiteinheit einen bestimmten Winkel $\Delta\varphi$.
Entsprechend der geradlinigen Bewegungen wird die Winkelgeschwindigkeit ω definiert als Quotient aus dem Drehwinkel $\Delta\varphi$ und dem Zeitabschnitt Δt.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \left(\frac{1}{s}\right)$$ Winkelgeschwindigkeit



Der Winkel φ wird als Bogenmaß eingesetzt

$$\varphi = \frac{s}{r}$$

Analog zu den Betrachtungen des geradlinig bewegten Körpers ergeben sich die folgenden formelmäßigen Zusammenhänge.

$$v = r \cdot \omega \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$ Umfangs-geschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot n \left(\frac{1}{s}\right)$$ Winkel-geschwindigkeit

$$n = \frac{z}{t} \quad \left(\frac{1}{s}\right)$$ Drehzahl

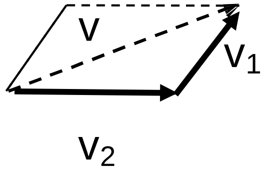
$$v = 2\pi \cdot n \cdot r \left(\frac{m}{s}\right)$$ Umfangs-geschwindigkeit

$$T = \frac{1}{n} \ (s)$$ Dauer einer Umdrehung

Bewegung eines Körpers-
Geschwindigkeit als Vektor

Die Geschwindigkeit ist eine gerichtete Größe und wird in der Physik als Pfeil (Vektor) dargestellt. Der Pfeil gibt die Richtung der Geschwindigkeit und die Pfeillänge die Größe der Geschwindigkeit an.

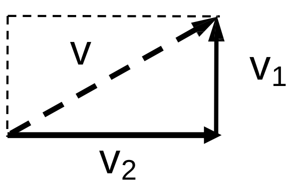
Die Summe zweier Geschwindigkeiten (Vektoren) ist gleich der Diagonalen des aus den beiden Komponenten gebildeten Parallelogramms - geometrische Addition.



Vektor - Parallelogramm

Bei der Überlagerung von Geschwindigkeitskomponenten kommt es häufig vor, dass diese einen rechten Winkel bilden. Es ergeben sich dann folgende Gleichungen

v ist bekannt	v_1 ist bekannt v_2 ist bekannt
$v_1 = v \cdot \sin\alpha$ $v_2 = v \cdot \cos\alpha$	$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

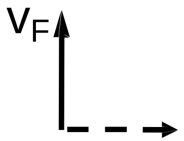


Bewegung eines Körpers - Geschwindigkeit als Vektor

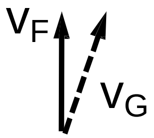
Eine gleichförmig gradlinige Bewegung ist für den bewegten Körper kräftefrei und somit ohne äußeres Bezugssystem nicht erkennbar
(Beispiel: abgedunkelte Flugkabine)
Wahrnehmbar sind Relativbewegungen in Verbindung mit einem Bezugssystem

Beispiel:
Ein Häcksler fährt über das Feld, die Überladung erfolgt quer zum Häcksler

Bezugssystem Kabine.
Für den Fahrer bewegt sich der geförderte Gutstrom genau rechtwinklig zur Fahrtrichtung



Bezugssystem Ackerfläche
Für den auf der Feldfläche stehenden Beobachter bewegt sich der Gutstrom schräg zur Fahrtrichtung, da sich für ihn 2 Geschwindigkeiten überlagern - die Fahrgeschwindigkeit sowie die quer dazu gerichtete Fördergeschwindigkeit



Häufiger Fehler: Der Beobachter denkt sich in die Position des Fahrers hinein

Bewegung eines Körpers – Aufgabe

Ein Traktor mit 2 Anhängern fährt während einer Transportfahrt auf einer Landstraße mit einer Geschwindigkeit von $v_t = 50\ ^{km}/_{h}$. Ein PKW mit einer Fahrgeschwindigkeit von $v_a = 80\ ^{km}/_{h}$ überholt das landwirtschaftliche Gespann. Der Überholvorgang beginnt 60 m vor und endet 50 m hinter dem Gespann. Die Gespannlänge beträgt 18 m.

Wie groß ist die Relativgeschwindigkeit zwischen den Fahrzeugen?

____

$\Delta v =$ km/h

Wie lang ist die Überholstrecke zwischen den beiden Fahrzeugen ?

____

$\Delta s =$ m

Wie lang dauert der Überholvorgang mit diesen beiden relativen Größen?

____

$\Delta t =$ s

Wie lang ist die Überholstrecke?

____

$\Delta s =$ m

Bewegung eines Körpers – Aufgabe

Beim Notbremsen wird ein mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 90\ ^{km}/_{h}$ fahrender Zug auf einer Strecke von $s_0 = 0$ bis $s_1 = 260m$ zum Stehen gebracht.

a. Wie groß ist die konstante Bremsbeschleunigung a?

____

____

____

____

____

$a = \quad ^{m}/_{s^2}$

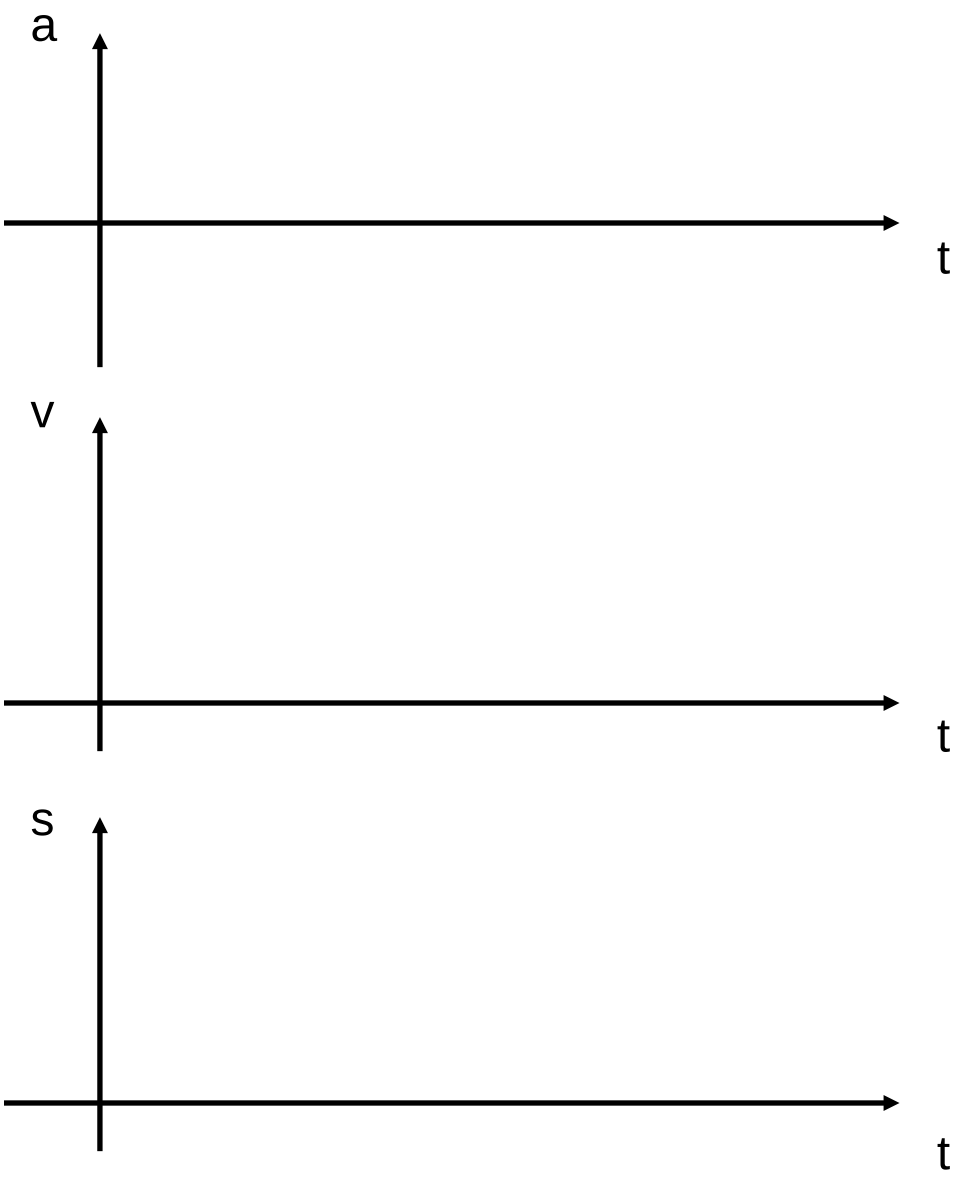
b. Wie groß ist die dafür benötigte Zeit t_1?

____

$t_1 = \quad s$

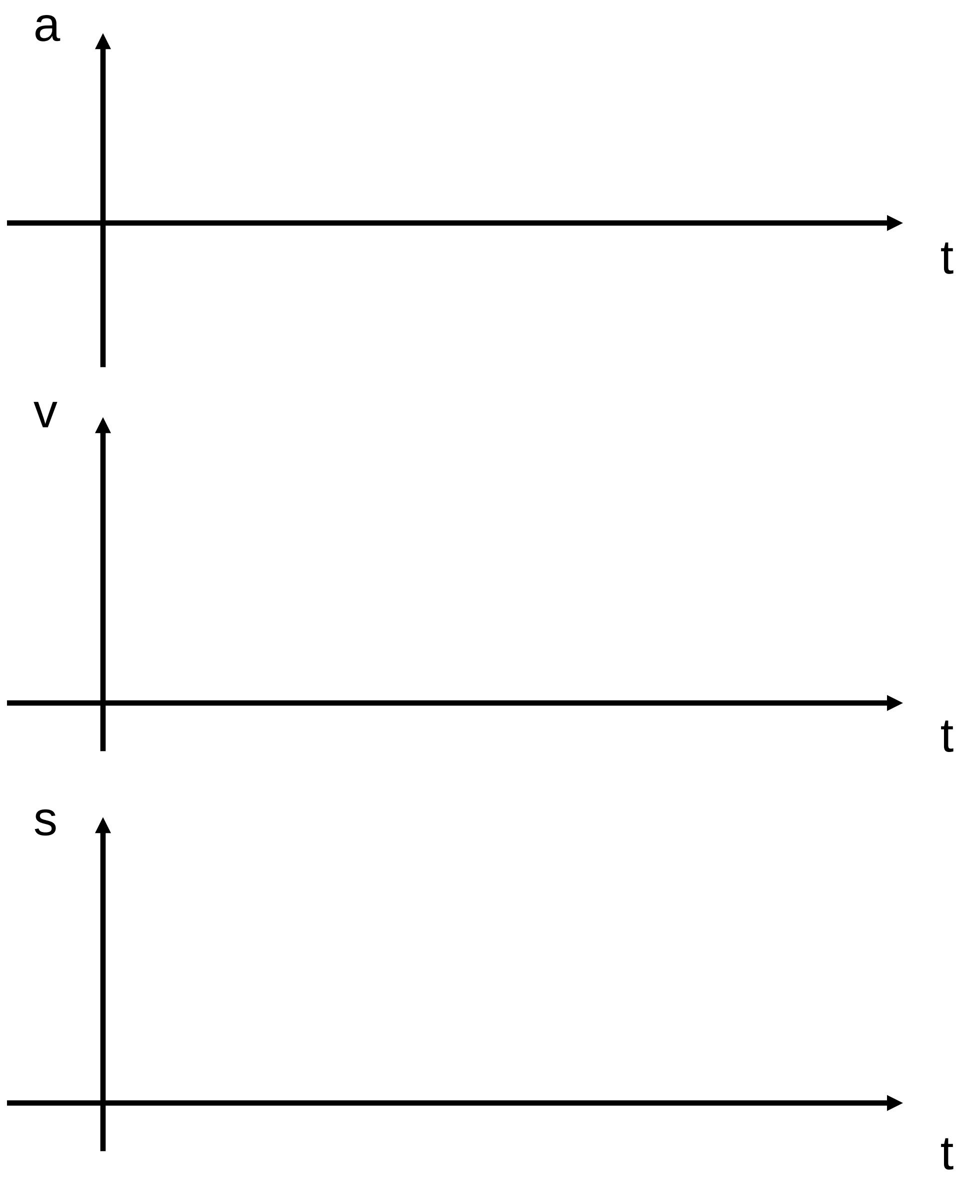
c. Stellen Sie den Verlauf der Bewegung in den Zeitdiagrammen dar.

Bewegung eines Körpers – Aufgabe



www.scheufler.de

Bewegung eines Körpers – Aufgabe



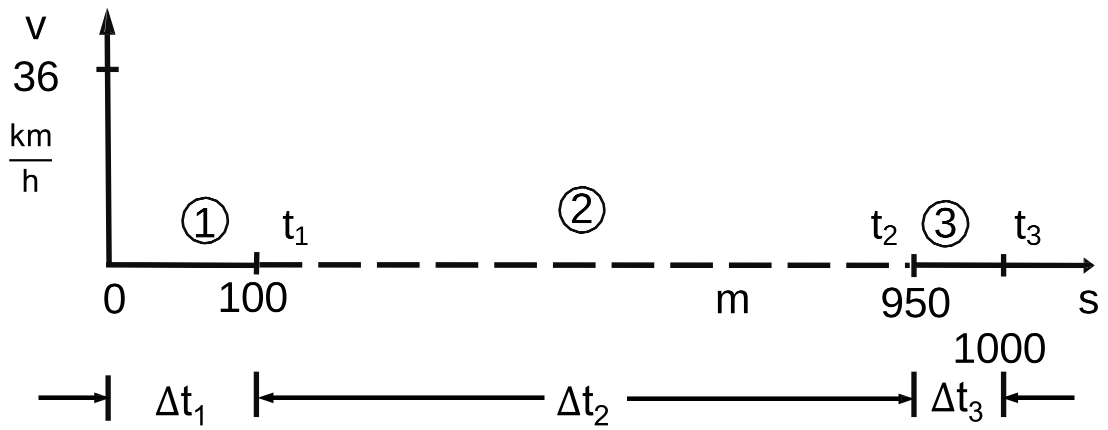
Bewegung eines Körpers – Aufgabe

Ein Traktor mit beladenem Anhänger führt eine Transportfahrt vom Feld zum Hof durch. Die Entfernung vom Hof zum Feld beträgt e = 1,0 km.

Auf den ersten 100 m beschleunigt der Traktor auf die Endgeschwindigkeit von v = 36 km/h.

Auf den letzen 50 m bremst er dann wieder auf 0 km/h ab.

Tragen Sie die Fahrt in das s-v-Diagramm ein



Bewegung eines Körpers – Aufgabe

Wie groß sind die Beschleunigungen auf den verschiedenen Wegabschnitten?

$a_1 = \quad {}^{m}/_{s^2}$

$a_2 = \quad {}^{m}/_{s^2}$

$a_3 = \quad {}^{m}/_{s^2}$

Bewegung eines Körpers – Aufgabe

Welche Zeiten werden für diese Wegabschnitte benötigt?

$\Delta t_1 =$ s

$\Delta t_2 =$ s

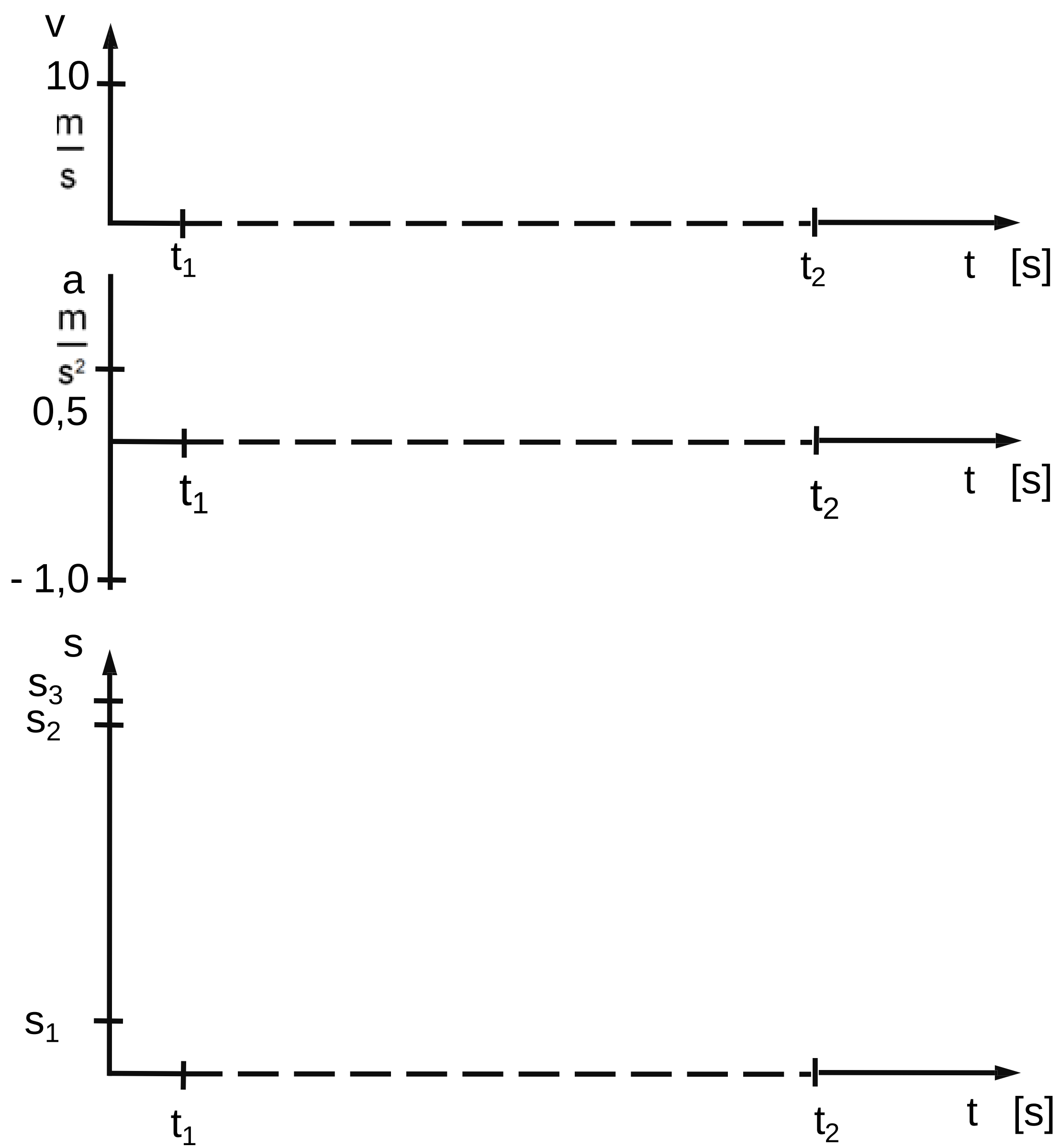
$\Delta t_3 =$ s

Wie groß ist die Transportzeit insgesamt?

$t_{ges} =$ s

Bewegung eines Körpers – Aufgabe

Tragen Sie die Fahrt
ein in die
Zeit – Diagramme



Verzerrte Darstellung
durch ungleiche
Zeitabstände

www.scheufler.de

Bewegung eines Körpers – Aufgabe

In einem Fluss strömt das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $v_W = 3\ ^m/_s$.
Ein Boot bewegt sich relativ zum Wasser mit einer Eigengeschwindigkeit von $v_B = 4\ ^m/_s$.

Wie groß sind die Geschwindigkeiten vom Ufer aus betrachtet bei

Fahrt mit der Strömung

____ $v_m = \quad ^m/_s$

und bei

Fahrt gegen die Strömung?

____ $v_g = \quad ^m/_s$

Das Boot fährt nun quer zur Strömung, der Fluss ist b = 200 m breit.

Wie lang dauert die Überfahrt?

____

____ $t_1 = \quad s$

Bewegung eines Körpers – Aufgabe

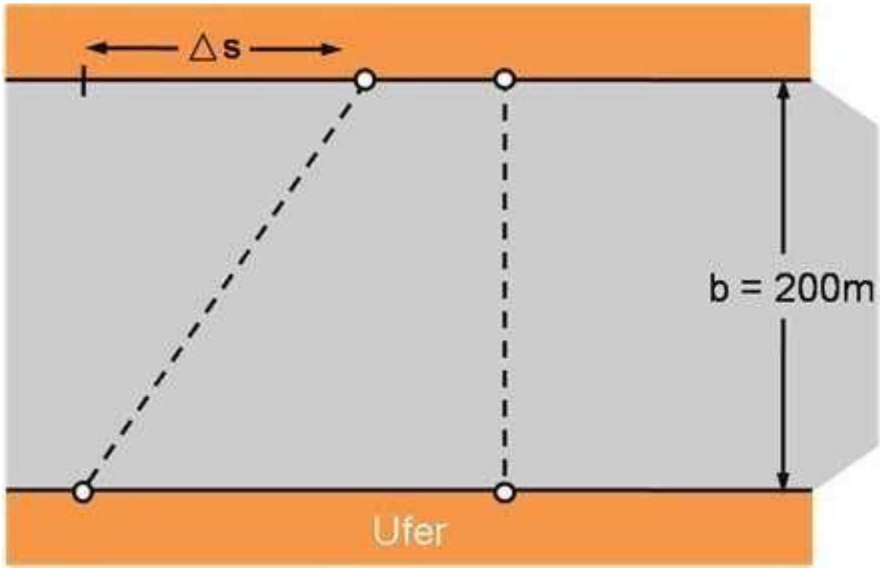
Wie groß ist der Versatz an der gegenüberliegenden Uferseite?

s = m

Bewegung eines Körpers – Aufgabe

Das Boot soll den Fluss auf dem kürzesten Weg überqueren. Hierzu ist die Eigengeschwindigkeit des Bootes schräg gegen die Strömung zu richten.

Wie groß ist der Winkel der Schrägstellung?



Maßstab

$1\ ^{m}/_{s} \triangleq 0{,}5\ \text{cm}$

____

$\alpha =$ °

Wie lange dauert nun die Überfahrt?

____

$t_2 =$ s

Schiefe Ebene

Die schiefe Ebene ist eine Fläche, die gegen die Horizontale geneigt ist. In der Landwirtschaft treten solche schiefen Ebenen auf als abschüssige Straßen, Hanglagen und Auffahrten. Die Neigung der schiefen Ebene ist gekennzeichnet durch die Steigung.

Quelle: www.addcon.com

Traktor verdichtet Silage

Quelle: Wikipedia

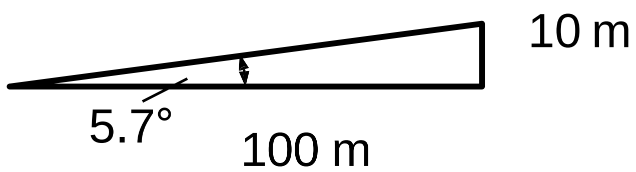
Baldwin Street, Neuseeland
Steigung 35% oder 19,3°

Schiefe Ebene

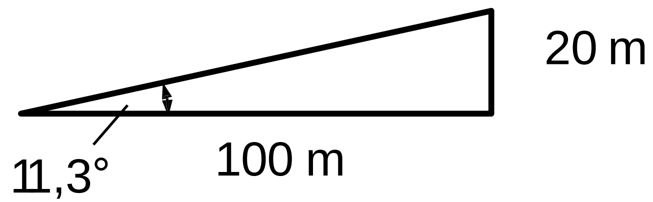
Für das Maß der Steigung gibt es unterschiedliche Festlegungen.

Steigung in Prozent % im Verkehrswesen

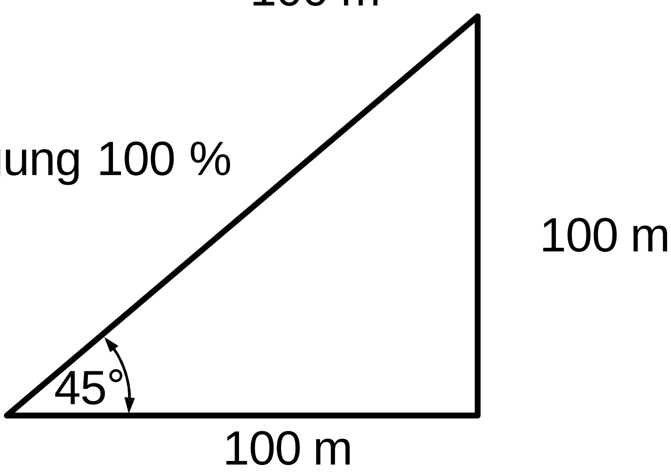
Steigung 10 %



Steigung 20 %



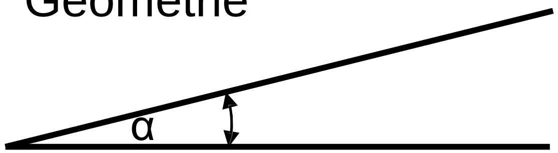
Steigung 100 %



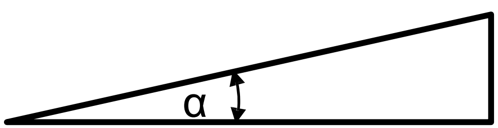
Planieren am Hang
45° Steigungswinkel 100% Steigung

Schiefe Ebene

Steigung als Winkel α in der Geometrie



Steigung als Winkelfunktion m = tan α in der Analysis



G

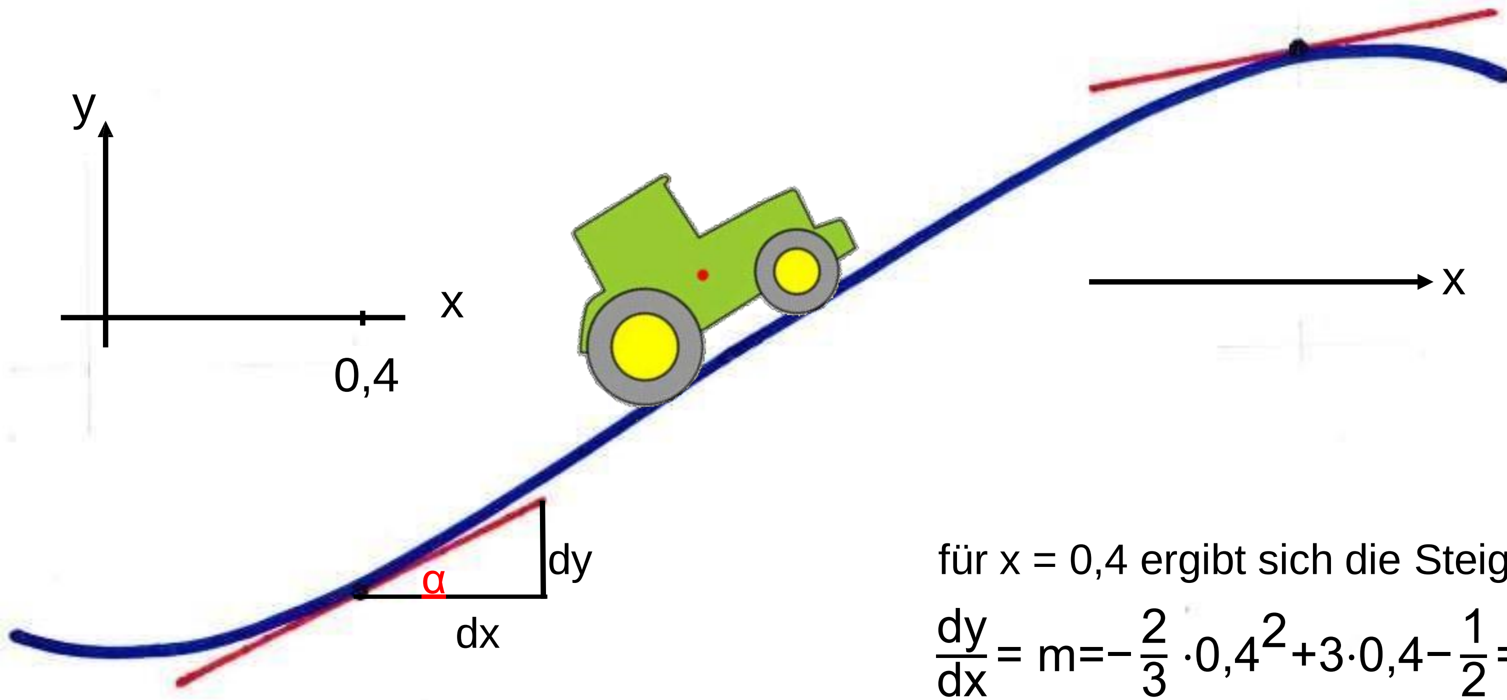
A

$$m = \tan \alpha = \frac{G}{A}$$

Zwischen diesen verschiedenen Maßen der Steigung gibt es keine Proportionalität.

Schiefe Ebene

Verändert sich die Steigung im Streckenverlauf, dann ergibt sich durch die Tangente im jeweiligen Streckenpunkt der Steigungswinkel α oder die Steigung m. Die mathematische Berechnung erfolgt mit Hilfe der Differentialrechnung.



für x = 0,4 ergibt sich die Steigung

$$\frac{dy}{dx} = m = -\frac{2}{3} \cdot 0{,}4^2 + 3 \cdot 0{,}4 - \frac{1}{2} = 0{,}59$$

m = tan α = 0,59

α = arc tan m = tan^{-1} m = 30°

$$\mathbf{y = -\frac{2}{9}\,x^3 + \frac{3}{2}\,x^2 - \frac{1}{2}\,x - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{2}\,x^2 + 3\,x - \frac{1}{2}$$